



# INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISA ESPACIAL – INPE

## PROVA OBJETIVA

# TG23

## DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE DE ATITUDE E ÓRBITA (AOCS)



### SUA PROVA

- Além deste caderno contendo **45 (quarenta e cinco)** questões objetivas, você receberá do fiscal de prova o cartão de respostas;
- As questões objetivas têm **5 (cinco)** opções de resposta (A, B, C, D e E) e somente uma delas está correta.



### TEMPO

- Você dispõe de **4 (quatro) horas** para a realização da prova;
- **2 (duas) horas** após o início da prova, é possível retirar-se da sala, sem levar o caderno de questões;
- A partir dos **30 (trinta) minutos** anteriores ao término da prova é possível retirar-se da sala **levando o caderno de questões**.



### NÃO SERÁ PERMITIDO

- Qualquer tipo de comunicação entre os candidatos durante a aplicação da prova;
- Anotar informações relativas às respostas em qualquer outro meio que não seja no caderno de questões e nas folhas de textos definitivos;
- Levantar da cadeira sem autorização do fiscal de sala;
- Usar o sanitário ao término da prova, após deixar a sala.



### INFORMAÇÕES GERAIS

- Verifique se seu caderno de questões está completo, sem repetição de questões ou falhas e também confira seu cargo. Caso tenha recebido caderno de cargo **diferente** do impresso em seu cartão de respostas, o fiscal deve ser **obrigatoriamente** informado para o devido registro na ata da sala;
- Confira seus dados pessoais, especialmente nome, número de inscrição e documento de identidade e leia atentamente as instruções para preencher o cartão de respostas;
- Para o preenchimento do cartão de respostas, use somente caneta esferográfica, fabricada em material transparente, com tinta preta ou azul;
- Assine seu nome apenas no(s) espaço(s) reservado(s) no cartão de respostas;
- Reserve tempo suficiente para o preenchimento do seu cartão de respostas. O preenchimento é de sua responsabilidade e **não será permitida a troca do cartão de respostas em caso de erro cometido pelo candidato**;
- Para fins de avaliação, serão levadas em consideração apenas as marcações realizadas no cartão de respostas;
- A FGV coletará as impressões digitais dos candidatos na lista de presença;
- Os candidatos serão submetidos ao sistema de detecção de metais quando do ingresso e da saída de sanitários durante a realização das provas.

**Boa Prova!**



## CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

1

Um tanque cilíndrico metálico, com diâmetro e altura iguais a 20m, está completamente cheio com um fluido cuja densidade é igual a  $1400\text{kg/m}^3$ .

Considerando a aceleração da gravidade igual a  $9,8\text{m/s}^2$  e que a pressão sobre a superfície do fluido é igual à pressão atmosférica fora do tanque, o valor da força total que o fluido exerce sobre a superfície lateral do tanque é igual a

- (A)  $3,20 \times 10^8 \text{ N}$
- (B)  $3,32 \times 10^8 \text{ N}$
- (C)  $3,44 \times 10^8 \text{ N}$
- (D)  $1,72 \times 10^8 \text{ N}$
- (E)  $1,53 \times 10^8 \text{ N}$

2

Uma partícula de massa igual a 2kg se movimenta em linha reta. A aceleração da partícula é diretamente proporcional ao tempo  $t$ . Sabe-se que quando  $t = 0$  a velocidade da partícula é igual a  $16\text{m/s}$ , e que quando  $t = 1 \text{ s}$ , a velocidade da partícula é igual a  $15\text{m/s}$ .

O valor do módulo da força resultante aplicada à partícula do quinto segundo de movimento é igual a

- (A) 20N.
- (B) 25N.
- (C) 30N.
- (D) 35N.
- (E) 40N.

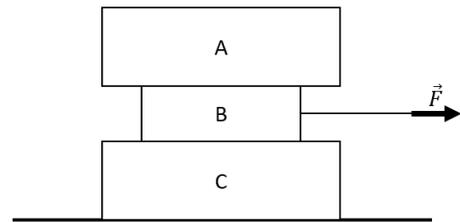
3

Sobre as leis de Newton, assinale a afirmativa correta.

- (A) Um referencial em movimento retilíneo uniforme em relação a um referencial inercial não pode ser também um referencial inercial.
- (B) Por serem leis imutáveis da natureza, as leis de Newton são válidas em qualquer sistema de referência, inclusive referenciais acelerados, como, por exemplo, a Terra.
- (C) As forças peso e normal, aplicadas em um bloco sobre um plano horizontal, constituem um par ação e reação.
- (D) Uma implicação da 1ª lei é que qualquer variação da velocidade de um corpo em relação a um referencial inercial, ou seja, qualquer aceleração, não necessariamente deve estar associada à ação de forças.
- (E) A 1ª lei pode ser considerada um caso particular da 2ª, e a 3ª lei pode ser uma consequência da conservação do momento linear para o caso de interações de contato.

4

A figura a seguir mostra três blocos A, B e C, de massas  $m_A = 4 \text{ kg}$ ,  $m_B = 3 \text{ kg}$ ,  $m_C = 5 \text{ kg}$  e uma força de módulo igual a  $49\text{N}$  atuando no bloco B por meio de um fio ideal.



Considere que há deslizamento entre todas as superfícies de contato e que o coeficiente de atrito cinético entre os blocos é igual a 0,2, e entre o bloco C e o solo é igual a 0,1.

Considerando  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , a aceleração dos blocos A e B são, respectivamente, iguais a

- (A)  $2\text{m/s}^2$  e  $2\text{m/s}^2$ .
- (B)  $2\text{m/s}^2$  e  $9\text{m/s}^2$ .
- (C)  $9\text{m/s}^2$  e  $9\text{m/s}^2$ .
- (D)  $0,4\text{m/s}^2$  e  $0,4\text{m/s}^2$ .
- (E)  $0,4\text{m/s}^2$  e  $9\text{m/s}^2$ .

5

Duas partículas de massas  $m_1 = 1,5 \text{ kg}$  e  $m_2 = 2,5 \text{ kg}$  estão localizadas no espaço de acordo com os seguintes vetores de posição:  $\vec{r}_1 = -2\hat{i} - 2\hat{j}$  (metros) e  $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 2\hat{j}$  (metros). Quando  $t = 0$ , uma força  $\vec{F}_1 = 3\hat{i} + 4t\hat{j}$  (Newtons) começa a atuar sobre  $m_1$ , e, simultaneamente, uma força  $\vec{F}_2 = -3\hat{i} - 8\hat{j}$  (Newtons) começa a atuar sobre  $m_2$ .

O instante em que a aceleração do centro de massa do sistema muda de sentido e a magnitude da aceleração do centro de massa do sistema no sexto segundo são, respectivamente, iguais a

- (A) 0 e  $2\text{m/s}^2$ .
- (B) 1s e  $3\text{m/s}^2$ .
- (C) 2s e  $4\text{m/s}^2$ .
- (D) 3s e  $5\text{m/s}^2$ .
- (E) 4s e  $6\text{m/s}^2$ .

6

Sobre o movimento de satélites é correto afirmar que:

- (A) o movimento de um satélite depende do raio de sua órbita, de sua massa e da massa do planeta que orbita.
- (B) a aceleração e a velocidade de um astronauta no interior de um ônibus espacial em órbita são iguais a aceleração e a velocidade do ônibus espacial, de modo que as únicas forças existentes são a força de contato entre o astronauta e a parede e o piso do ônibus espacial e a força gravitacional.
- (C) uma astronauta no interior de um ônibus espacial em órbita possuirá peso aparente igual a zero para apenas o caso de órbitas circulares. Para órbitas elípticas o peso aparente da astronauta será diferente de zero.
- (D) quanto maior for o raio da órbita de um satélite menor será seu período de revolução.
- (E) o aumento do raio da órbita de um satélite significa aumentar sua energia mecânica, que é dependente da massa do planeta e do satélite.

**7**

Sobre as leis de Kepler, assinale a afirmativa correta.

- (A) A primeira lei de Kepler, uma lei empírica sobre órbitas fechadas, é uma decorrência do fato de a força envolvida entre os corpos ser proporcional ao inverso do quadrado da distância entre eles.
- (B) A segunda lei de Kepler é uma decorrência do fato de o momento angular de um planeta ser variável.
- (C) O período de um planeta é inversamente proporcional à potência 3/2 do comprimento do eixo maior da elipse descrita pelo respectivo planeta.
- (D) A terceira lei de Kepler é válida independentemente da força entre os corpos ser proporcional ao inverso do quadrado da distância entre eles.
- (E) Um planeta em uma órbita elíptica alongada com um semieixo  $a$  terá período orbital diferente ao período de um planeta que descreva uma órbita circular com raio  $a$ .

**8**

Um asteroide percorre uma órbita elíptica em torno de um planeta. A distância do asteroide ao centro do Sol no periélio é de  $30 \times 10^{11} m$ , e no afélio é de  $50 \times 10^{11} m$ .

Considerando  $G \times M_{planeta} = 1,024 \times 10^{23} Nm^2/kg$ , sendo  $G$  a constante gravitacional e  $M_{planeta}$  a massa do planeta, o período orbital do asteroide em torno do planeta é, aproximadamente, igual a

Dado: admita 1 ano = 8760h e  $\pi = 3$

- (A) 10,7 anos.
- (B) 8,7 anos.
- (C) 6,7 anos.
- (D) 4,7 anos.
- (E) 1,7 anos.

**9**

Um satélite natural descreve uma órbita elíptica em torno de um planeta. A distância do satélite ao centro do planeta no apoastro é igual a  $40 \times 10^{11} m$ , e a distância do satélite ao centro do planeta no periastro é igual a  $20 \times 10^{11} m$ .

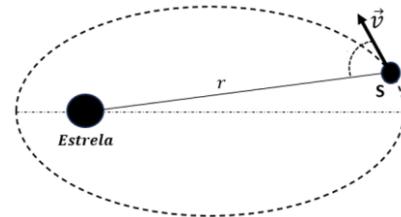
A velocidade máxima do satélite é igual a

Dado:  $G \times M_{planeta} = 1,2 \times 10^{20} Nm^2/kg$ , sendo  $G$  a constante gravitacional e  $M_{planeta}$  a massa do planeta.

- (A)  $5\sqrt{5} \times 10^3 m/s$ .
- (B)  $4\sqrt{5} \times 10^3 m/s$ .
- (C)  $3\sqrt{5} \times 10^3 m/s$ .
- (D)  $2\sqrt{5} \times 10^3 m/s$ .
- (E)  $\sqrt{5} \times 10^3 m/s$ .

**10**

A figura a seguir mostra um corpo celeste de massa  $M = 211 \times 10^{18} kg$  que descreve uma órbita elíptica em torno de uma grande estrela, cuja massa é da ordem de  $10^{10}$  vezes a massa do corpo celeste.



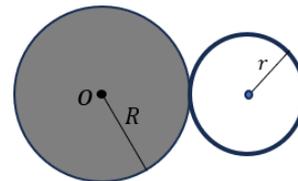
A distância do corpo celeste ao centro da estrela no apoastro é de  $32 \times 10^7 km$ , e no periastro é de  $51 \times 10^7 km$ . Além disso, sabe-se que as velocidades mínima e máxima do corpo celeste são, respectivamente, iguais a  $1,4 \times 10^4 m/s$  e  $2,2 \times 10^4 m/s$ .

A magnitude da quantidade de movimento angular do corpo celeste ao passar pelo ponto S, indicado na figura, é igual a

- (A)  $5,5 \times 10^{36} kgm^2/s$ .
- (B)  $4,5 \times 10^{36} kgm^2/s$ .
- (C)  $3,5 \times 10^{36} kgm^2/s$ .
- (D)  $2,5 \times 10^{36} kgm^2/s$ .
- (E)  $1,5 \times 10^{36} kgm^2/s$ .

**11**

Um aro, de massa  $m$  e raio  $r$ , preso à borda de um disco de massa uniformemente distribuída  $M$  e raio  $R$ , formam um corpo rígido que está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal de atrito desprezível. O corpo rígido pode girar em torno de um eixo vertical que passa pelo centro  $O$  do disco.



O sistema é submetido a um momento do binário de módulo  $M = 8t$ , onde  $M$  é medido em  $Nm$  e  $t$  em segundos. No instante  $t = 2s$  a energia cinética do sistema é igual a  $2 \times 10^3 J$ .

Desprezando o atrito no eixo de rotação, o valor do momento de inércia do conjunto disco e aro, em  $kgm^2$ , é igual a

- (A) 0,024.
- (B) 0,034.
- (C) 0,044.
- (D) 0,054.
- (E) 0,064.

**12**

Uma barra de massa uniformemente distribuída igual a 4kg é posta para girar, no plano  $xy$ , no sentido anti-horário, em torno de um eixo fixo que passa por uma de suas extremidades, com velocidade angular constante e igual a  $\vec{\omega} = 120 \hat{z} \text{ rad/s}$ .

Sabendo que a barra possui 10 cm de comprimento, o momento angular de uma partícula na extremidade da barra oposta ao eixo de rotação, em  $\text{kgm}^2/\text{s}$ , é igual a

- (A)  $4,8 \hat{z}$
- (B)  $4,8 \times 10^2 \hat{z}$
- (C)  $3,8 \hat{y}$
- (D)  $3,8 \times 10^2 \hat{x}$
- (E)  $3,8 \hat{x}$

**13**

Um cilindro maciço, de 1m de raio, 10kg de massa e momento de inércia em relação ao seu centro de massa igual a  $5\text{kgm}^2$ , é abandonado, do repouso, sobre uma superfície que faz  $30^\circ$  com a horizontal. No instante do abandono, é aplicado ao cilindro um momento igual a 20Nm, no sentido contrário ao movimento de descida do cilindro.

Sabendo que os coeficientes de atrito entre o cilindro e a superfície são iguais a 0,1 e 0,2, sobre o tipo de movimento do cilindro e a aceleração linear, em  $\text{m/s}^2$ , envolvida, é correto afirmar que

Dados: considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\sqrt{3} \cong 1,7$ .

- (A) o cilindro rola sem deslizar, sendo o módulo da aceleração linear igual a 2.
- (B) o cilindro rola sem deslizar, sendo o módulo da aceleração linear igual a 4,15.
- (C) o cilindro rola com deslizamento, sendo o módulo da aceleração linear igual a 4,15.
- (D) o cilindro rola com deslizamento, sendo o módulo da aceleração linear igual a 2.
- (E) o cilindro apenas desliza sem rolar, sendo o módulo da aceleração linear igual a 2.

**14**

O momento de inércia de área, também conhecido como momento de segunda ordem de área, em relação ao eixo  $x$ , o momento de inércia de área em relação ao eixo  $y$  e o produto de inércia de área, em relação aos eixos  $x$  e  $y$ , de um elemento estrutural são iguais, respectivamente, a  $I_x = 4 \times 10^6 \text{mm}^4$ ,  $I_y = 2 \times 10^6 \text{mm}^4$  e  $I_{xy} = -10^6 \text{mm}^4$ .

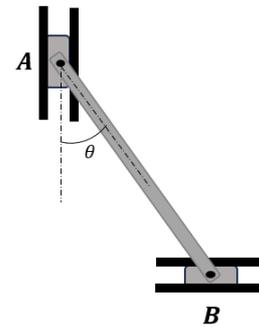
O momento de inércia de área máximo e o momento de inércia de área mínimo, ambos em relação à origem do sistema de coordenadas, são, respectivamente, em  $10^6 \text{mm}^4$ , iguais a

Dado: considere  $\sqrt{2} \cong 1,4$ .

- (A) 7,4 e 4,6.
- (B) 6,4 e 3,6.
- (C) 5,4 e 2,6.
- (D) 4,4 e 1,6.
- (E) 3,4 e 0,6.

**15**

A figura a seguir mostra uma barra de 1m de comprimento ligada, por pinos, a trilhos que deslizam, sem atrito, em **A** na vertical para baixo e em **B** na horizontal para a direita.



No instante em que o ângulo da barra com a vertical é igual a  $\theta = 30^\circ$ , a aceleração do ponto **A** da barra possui módulo igual a  $4\text{m/s}^2$  e sua velocidade angular é igual a  $2\text{rad/s}$ .

Para o instante em que  $\theta = 30^\circ$ , o módulo da aceleração angular, em  $\text{rad/s}^2$ , da barra é igual a

- (A)  $8\sqrt{3}$ .
- (B)  $7\sqrt{3}$ .
- (C)  $6\sqrt{3}$ .
- (D)  $5\sqrt{3}$ .
- (E)  $4\sqrt{3}$ .

**16**

A manobra de Rendez-vous é um procedimento bastante comum entre satélites e veículos espaciais, sendo que as manobras de Phasing podem ser uma das etapas do Rendez-vous.

Sobre as manobras de Phasing é correto afirmar que

- (A) não podem ser utilizadas para realizar a aproximação de duas espaçonaves que estão em locais diferentes na mesma órbita.
- (B) podem ser calculadas como duas transferências de Hohmann que têm como destino a órbita original.
- (C) não são úteis para satélites em órbitas geoestacionárias.
- (D) não são úteis para ajuste da anomalia verdadeira.
- (E) não são úteis para ajustar o período da espaçonave em órbita.

**17**

Nas atividades espaciais, o estudo das trajetórias que os veículos devem seguir para completar uma missão é de grande importância, sobretudo as manobras realizadas com o uso de motores, conhecidas como manobras impulsivas.

Sobre as manobras orbitais impulsivas, é correto afirmar que

- (A) servem para manter um objeto sempre na mesma órbita.
- (B) cada manobra resulta em uma mudança da velocidade da nave.
- (C) podem ser realizadas sem utilizar a terceira de Newton.
- (D) podem ser realizadas independentemente do uso de foguetes.
- (E) servem apenas para mudar um objeto de uma órbita para outra exatamente igual a primeira.

**18**

Em uma aula de astronomia, a professora explicou para seus alunos que os elementos orbitais, ou elementos keplerianos, são um conjunto de parâmetros que permitem caracterizar a posição de um corpo celeste, natural ou artificial, em uma determinada órbita. A professora solicitou para um de seus alunos que citasse três parâmetros orbitais.

Então, o aluno apresentou os seguintes elementos:

- I. Inclinação da órbita
- II. Longitude do nodo ascendente
- III. Constante gravitacional universal

Dos elementos citados pelo aluno, estão corretos:

- (A) I, apenas.
- (B) II e III, apenas.
- (C) I, II e III.
- (D) I e III, apenas.
- (E) I e II, apenas.

**19**

Nos estudos da mecânica celeste, a órbita kepleriana é utilizada para descrever órbitas elíptica, parabólica, hiperbólica e, também, em linha reta.

É correto afirmar que uma órbita kepleriana

- (A) considera o arrasto atmosférico.
- (B) negligencia perturbações devido às interações gravitacionais com outros objetos.
- (C) leva em conta os efeitos da relatividade geral.
- (D) considera a pressão de radiação solar.
- (E) considera um corpo não esférico.

**20**

Em astronomia, as órbitas são trajetórias dos corpos espaciais ao redor de outros submetidos à gravitação, e possuem diversas classificações.

A respeito das classificações orbitais, é correto afirma que uma órbita

- (A) é classificada como geoestacionária quando for circular, acompanhando a linha do equador da Terra, mas sua rotação não acompanha a rotação da Terra.
- (B) é classificada como baixa se o objeto está acima de 2000km de altitude.
- (C) inclinada com respeito ao equador é classificada como órbita equatorial.
- (D) quase polar que passa pelo equador sempre no mesmo momento solar em cada passagem é classificada como heliosíncrona.
- (E) com inclinação em relação à eclíptica é classificada como eclíptica.

**21**

Em uma simulação computacional, um engenheiro utilizou a seguinte equação do movimento para uma versão simplificada do sistema de suspensão de um veículo:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + b \left( \frac{dy}{dt} - \frac{du}{dt} \right) + k(y - u) = 0$$

em que:

- u = sinal temporal da entrada do sistema;
- y = sinal temporal da saída do sistema;
- b = coeficiente de atrito viscoso do amortecedor; e
- k = constante da mola.

Considere que o comando *step* (num, den) fornece o gráfico da resposta temporal ao degrau unitário de um sistema linear, cujos coeficientes dos polinômios do numerador e do denominador da sua função de transferência são, respectivamente, os vetores num e den.

O engenheiro implementou o seguinte pseudocódigo para analisar o sistema de suspensão do veículo:

```

algoritmo "suspensão"
var
p, b, k, m : real
n, d: vetor [ ] de real
inicio
p <- 1200
b <- 80
k <- 100
m <- p/4
n <- [A B C D] % atribui os valores numéricos A, B, C e D
aos
                % elementos de n
d <- [E F G H] % atribui os valores numéricos E, F, G e H
aos
                % elementos de d

```

```
step(n, d)
```

```
finalalgoritmo
```

Assinale a opção que contém os valores numéricos dos vetores n e d, necessários à obtenção da resposta do sistema a uma entrada do tipo rampa unitária, utilizando o algoritmo acima.

- (A) A = 0; B = 0; C = 80; D = 100; E = 0; F = 300; G = 80; H = 100.
- (B) A = 300; B = 80; C = -80; D = 100; E = 0; F = 0; G = 100; H = -100.
- (C) A = 0; B = 100; C = 80; D = 300; E = 100; F = 80; G = 0; H = 0.
- (D) A = 0; B = 0; C = 80; D = 100; E = 300; F = 80; G = 100; H = 0.
- (E) A = 100; B = 0; C = 10; D = 1200; E = 0; F = 300; G = 80; H = 100.

**22**

Para fins de realização de uma simulação computacional, uma equipe de engenheiros obteve um modelo simplificado da dinâmica de um satélite de comunicações, na forma de função de transferência, a partir da seguinte equação diferencial:

$$f(t) \cdot d = I \cdot \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$$

em que:

$f(t)$  = força de controle (entrada do modelo)

$d$  = distância entre o ponto de aplicação da força de controle e o centro de massa

$I$  = momento de inércia

$\alpha(t)$  = ângulo de orientação do satélite (saída do modelo)

Foram atribuídos os seguintes valores para os parâmetros do sistema:  $d = 1,2$  m e  $I = 4.000$  kgm<sup>2</sup>.

A equipe analisou o comportamento do satélite sujeito a diferentes sinais de entrada.

Assinale a opção que contém a resposta temporal do modelo a dois pulsos sequenciais, com as seguintes características: um pulso de 20 N, em  $t = 10$ s, com uma pequena duração de apenas 0,1s e um outro pulso em  $t = 20$ s, com mesma duração e intensidade, mas com magnitude negativa. Os pulsos podem ser considerados como excitações impulsivas.

- (A) A partir de  $t = 10$ s, a resposta cresce exponencialmente até tornar-se unitária e, depois de  $t = 20$ s, decresce exponencialmente até anular-se.
- (B) Entre 10s e 20s, a resposta do modelo vai de 0% até 63,2% do seu valor final, com decrescimento exponencial. Depois de 20s, a resposta cresce exponencialmente até  $t = 30$ s.
- (C) A partir de  $t = 10$ s, a resposta cresce de forma linear e, após  $t = 20$ s, mantém-se com um valor de amplitude constante.
- (D) Como o sistema é superamortecido, com dois polos reais distintos, é possível considerar apenas o polo dominante. Então, para uma solução aproximada, a resposta decai rapidamente de 10s até 20s e, depois de 20s, cresce rapidamente até retornar ao referencial angular zero.
- (E) Como o sistema é subamortecido, a resposta oscila com amplitude decaindo de acordo com uma envoltória exponencial após 10s e novamente após 20s.

**23**

Considere que  $N$  termômetros meteorológicos são colocados em certa região dentro de uma circunferência de raio  $R$ .

A probabilidade de a distância entre o centro da circunferência e o termômetro mais próximo ser maior que  $r$ , sendo  $r < R$ , é igual a

- (A)  $\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^N$
- (B)  $\left(\frac{r^2}{R^2}\right)^N$
- (C)  $1 - \frac{r^2}{R^2}$
- (D)  $\frac{r^2}{R^2}$
- (E)  $\frac{1-r^2}{R^2}$

**24**

Um pesquisador residente de uma cidade X, coleta dados ambientais em 3 outras cidades, digamos, A, B e C. O pesquisador coleta dados em cada cidade com probabilidade 0,5, 0,3 e 0,2, respectivamente. As probabilidades de chover nas cidades A, B e C no dia de visita do pesquisador são respectivamente de 0,01, 0,02 e 0,05.

Dado que choveu em um dia de visita do pesquisador, a probabilidade do pesquisador estar na cidade A é de, aproximadamente,

- (A) 0,16.
- (B) 0,20.
- (C) 0,24.
- (D) 0,30.
- (E) 0,34.

**25**

Um instituto de pesquisas coletou três imagens de satélites por sensores fotográficos. Cada imagem pode ter resolução Alta, Média e Baixa. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias que representam o número de imagens coletadas com resolução alta e com resolução baixa, respectivamente.

Considere as probabilidades conjuntas de X e Y dadas no quadro abaixo:

X \ Y	0	1	2	3
0	0,05	0,10	0,15	0,10
1	0,10	0,15	0,05	0
2	0,15	0,05	0	0
3	0,10	0	0	0

Determine a esperança condicional de X dado que Y = 1.

- (A) 1/6
- (B) 1/3
- (C) 1/2
- (D) 3/4
- (E) 5/6

**26**

Considere uma variável aleatória X que representa o risco de desastres geo-hidrológicos.

Suponha que X possa ser modelada através da seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x}, x > 0$$

Determine a variância de X.

- (A) 1.
- (B) 3.
- (C) 6.
- (D) 9.
- (E) 27.

**27**

Suponha que o número de lançamentos de satélites em órbita segue uma distribuição de Poisson com uma média de 6 por dia.

A probabilidade de que em um dia qualquer sejam lançados pelo menos 2 satélites é de

- (A)  $1 - e^{-6}$
- (B)  $1 - 7e^{-6}$
- (C)  $7e^{-6}$
- (D)  $6e^{-6}$
- (E)  $e^{-6}$

**28**

Os quaternions são uma espécie de extensão dos números complexos para três dimensões, muito utilizados na física e engenharias, como por exemplo no equacionamento da orientação de robôs manipuladores.

Considere os quaternions  $Q_1$  e  $Q_2$ , dados por:

$$Q_1 = 1 - i \text{ e } Q_2 = i - j + k .$$

Sabendo que o quaternion  $Q_3$  é dado por  $Q_3 = Q_1 Q_2$ , o módulo de  $Q_3$  é

- (A) 1 .
- (B)  $\sqrt{2}$  .
- (C)  $\sqrt{3}$  .
- (D)  $\sqrt{5}$  .
- (E)  $\sqrt{6}$  .

**29**

Sistemas dinâmicos podem apresentar inúmeras realizações em espaço de estado, onde todas apresentam mesma relação entrada-saída. No entanto, algumas realizações contêm propriedades peculiares, tais como a realização balanceada, largamente empregada em algoritmos de redução de modelo como o truncamento balanceado.

Considere que um determinado sistema dinâmico possui uma realização em espaço de estados inicial, e que essa realização é “rotacionada” para uma nova realização através de uma matriz de transformação  $P$ .

Com relação à transformação de similaridade empregada na matriz de estado da realização inicial, analise as afirmativas a seguir.

- I. Consiste na mudança das bases da matriz transformada.
- II. Preserva autovalores da matriz transformada.
- III. A matriz de transformação  $P$  deve ser unitária.

Está correto o que se afirma em

- (A) I, apenas.
- (B) I e II, apenas.
- (C) I e III, apenas.
- (D) II e III, apenas.
- (E) I, II e III.

**30**

Existe grande interesse no desenvolvimento de algoritmos mais eficientes para cálculo de autovalores, sobretudo em matrizes esparsas e de alta ordem, as quais naturalmente advêm da modelagem de sistemas dinâmicos reais de grande porte.

Nesse contexto, considere um sistema de grande porte representado por uma matriz  $P$  dada por:

$$P = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Um dos autovalores da matriz  $P$  é

- (A)  $-4$  .
- (B)  $-3$  .
- (C)  $-2$  .
- (D) 0 .
- (E) 1 .

**31**

A representação de sistemas dinâmicos por modelo de espaço de estados estabelece um significado físico-conceitual às características matemáticas das matrizes de estado que compõem tal modelo. Nesse diapasão, ressalta-se os autovalores e autovetores da matriz de estados, os quais estão intimamente ligados a caracterização da dinâmica desse sistema.

Considere que um sistema dinâmico possui uma matriz de estado  $J$ , a qual é descrita a seguir:

$$J = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Sabe-se ainda que esta matriz possui um autovetor  $v$ , onde  $v = [0 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0]$ .

Nessas condições, um dos autovalores da matriz  $J$  é

- (A)  $-3$  .
- (B)  $-2$  .
- (C) 0 .
- (D) 1 .
- (E) 2 .

**32**

Considere um sistema dinâmico, linear e invariante no tempo, de condições iniciais nulas, o qual é submetido a uma entrada forçada. A resposta descrita pelos estados desse sistema depende de três aspectos: do sinal de entrada, da matriz de entrada e da matriz de transição de estados.

Considerando que  $s$  é a variável de Laplace,  $I$  é a matriz identidade e  $A$  é a matriz de estados, a matriz de transição de estados  $\Phi(s)$  desse sistema é

- (A)  $sA + I$
- (B)  $sI + A$
- (C)  $sI - A$
- (D)  $(sI - A)^{-1}$
- (E)  $(sI + A)^{-1}$

**33**

A resposta descrita pelos estados de um sistema dinâmico possui duas componentes: resposta natural e resposta forçada. De particular interesse é a resposta natural, a qual depende apenas da matriz de transição de estados  $\phi(t)$  e das condições iniciais desses estados. Considere um determinado sistema dinâmico linear e invariante no tempo, cuja matriz de estados pode ser fatorada em  $MLM^{-1}$ , onde as matrizes  $L$  e  $M$  são definidas por

$$L = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

A matriz de transição de estados  $\phi(t)$  desse sistema é:

(A)  $\begin{bmatrix} 1 + e^{-2t} & 0 \\ e^{-2t} + e^{-t} - 3 & 2 + e^{-t} \end{bmatrix}.$

(B)  $\begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 3e^{-t} - 3e^{-2t} & e^{-t} \end{bmatrix}.$

(C)  $\begin{bmatrix} -2e^{-2t} & 0 \\ 3e^{-2t} & -e^{-t} \end{bmatrix}.$

(D)  $\begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & 2e^{-t} \end{bmatrix}.$

(E)  $\begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ e^{3t} & e^{-t} \end{bmatrix}.$

**34**

A modelagem matemática de diversos fenômenos físicos resulta em equações ou sistemas de equações diferenciais ordinárias, cujos métodos de solução são de grande interesse e aplicação para as áreas de engenharias. Considere que a modelagem das tensões em  $V$  em dois componentes de um circuito elétrico, denominadas  $v_C(t)$  e  $v_R(t)$ , com respeito ao acionamento no instante inicial de uma fonte de tensão  $v_{EX}(t)$  é dada pela seguinte equação:

$$\begin{cases} 2 \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 4 \frac{dv_C(t)}{dt} + 8v_C(t) - 2v_R(t) = v_{EX}(t) \\ \frac{dv_R(t)}{dt} + 3 \frac{dv_C(t)}{dt} + 7v_R(t) = 0 \end{cases}$$

Sabendo que a fonte de tensão  $v_{EX}(t)$  produz uma tensão constante de 10 V ao ser acionada, o equacionamento acima representado pode ser descrito por um sistema de equações diferenciais de 1ª ordem dado por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_K \\ v_C \\ v_R \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} v_K \\ v_C \\ v_R \end{bmatrix} + B, \text{ onde } v_K(t) = \frac{dv_C(t)}{dt}.$$

Nessas condições, as matrizes  $A$  e  $B$  são, respectivamente,

(A)  $\begin{bmatrix} 4 & 8 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(B)  $\begin{bmatrix} -2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(C)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(D)  $\begin{bmatrix} -4 & 8 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & -14 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(E)  $\begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

**35**

A transformada de Laplace é extensamente utilizada em sistemas de controle, uma vez que os principais métodos clássicos de análise e síntese são realizados no domínio da frequência. Corroborando com essa prática, verifica-se que muitas características da resposta temporal podem ser inferidas diretamente e até mais facilmente no domínio da frequência, sem a necessidade de se computar a transformada inversa de Laplace.

Considere um sistema de controle que, após ser excitado por um sinal de banda estreita, produz um sinal de saída  $y(t)$  com a seguinte representação no domínio da frequência:

$$Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{-(s-1)(s+2)(s+3)(s+4)}{s(s+1)^2(s^2+2s+6)}$$

Os valores de  $y(t)$  para  $t = 0$  e  $t \rightarrow \infty$  são, respectivamente,

(A)  $-1$  e  $0$ .

(B)  $-1$  e  $4$ .

(C)  $0$  e  $0$ .

(D)  $0$  e  $4$ .

(E)  $4$  e  $1$ .

**36**

Um dos principais obstáculos na implementação de um controlador por realimentação de estados é que raramente todos os estados de uma planta real podem ser diretamente obtidos, onde muitas vezes é até impossível o sensoriamento de alguns estados internos da dinâmica em questão.

Uma maneira de contornar esse problema é fazer uso de um observador de estado de ordem completa, cuja matriz de ganhos do observador (comumente associada a letra  $L$ ) tem a função de

(A) tornar a planta observável em malha fechada.

(B) tornar a planta controlável em malha fechada.

(C) amplificar a magnitude dos estados estimados.

(D) filtrar ruídos que contaminam entrada da planta.

(E) ajustar dinâmica do erro de estimação dos estados da planta.

**37**

Desde que associado a um confiável e robusto observador de estados, o controle por realimentação de estados observado consegue alcançar especificações de desempenho geralmente superiores as atingidas por controladores de realimentação de saída sintetizados sob o paradigma do controle clássico.

Com relação às características do controle por realimentação de estados observados de ordem completa, analise as afirmativas a seguir.

I. A dinâmica do observador não é observável do ponto de vista de entrada e saída da planta.

II. A ordem do controlador é sempre superior à ordem da planta.

III. O ganho do regulador interfere na alocação de polos da planta.

Está correto o que se afirma em

(A) I, apenas.

(B) I e II, apenas.

(C) I e III, apenas.

(D) II e III, apenas.

(E) I, II e III.

**38**

Uma das grandes vantagens do controle por realimentação de estados é a de garantir total controle da dinâmica do sistema, permitindo alocar todos os polos do sistema em posições desejadas pelo projetista, desde que o sistema em questão seja controlável.

Considere um sistema dinâmico em malha aberta dado pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

em que  $x_1, x_2$  são estados e  $u$  a entrada.

Após a inserção de um controlador por realimentação de estados de ganho  $K = [2 \quad 4]$ , o sistema em malha fechada passa a ter polos em

- (A)  $-3$  e  $-3$ .
- (B)  $-3$  e  $-1$ .
- (C)  $-3$  e  $+1$ .
- (D)  $-3$  e  $+5$ .
- (E)  $-2$  e  $-1$ .

**39**

Do ponto de vista de sistemas de controle, processos industriais reais geralmente são modelados por funções mais simplificadas, que permitem um estudo do seu desempenho por métodos.

Considere que um processo industrial em malha fechada seja representado pela função de transferência  $P(s)$ , dada por

$$P(s) = \frac{ab}{(s+a)(s+b)}, \text{ com } a, b > 0.$$

Sabendo que  $a > 5b$ , a resposta de  $P(s)$  ao degrau unitário

- (A) apresentará comportamento oscilatório pouco amortecido.
- (B) possuirá valor de regime permanente igual a  $ab$ .
- (C) possuirá valor de regime permanente nulo.
- (D) será dominada pela constante de tempo  $1/a$ .
- (E) será dominada pela constante de tempo  $1/b$ .

**40**

A realimentação unitária é uma das estruturas de controle mais utilizadas para que um determinado sistema alcance o desempenho desejado.

Considere um determinado sistema de controle, composto de um controlador em série com uma planta, onde a saída da planta é  $Y(s)$  e a entrada do controlador é a diferença entre a referência do sistema  $R(s)$  e a saída da planta  $Y(s)$ .

Sabe-se ainda que tal sistema possui a função de transferência em malha fechada  $T(s)$ , dada por

$$T(s) = \frac{1}{(As + 1)}, \text{ com } A > 0.$$

Nessas condições, a função de transferência em malha aberta desse sistema é

- (A)  $\frac{A}{s}$ .
- (B)  $\frac{1}{As}$ .
- (C)  $\frac{A}{As+1}$ .
- (D)  $\frac{1}{As+2}$ .
- (E)  $\frac{A}{As+2}$ .

**41**

Antes de proporcionar o desempenho desejado a determinado sistema dinâmico controlado, o controlador deve garantir que o referido sistema seja estável em malha fechada.

Considere que determinado sistema de controle é representado pela sua função de transferência de malha aberta  $M(s)$ , dada por

$$M(s) = \frac{k(s+a)}{(s+b)(s+c)}, \text{ com } a, b, c, k > 0.$$

Com relação a estabilidade deste sistema, analise as afirmativas a seguir.

- I. É independente do valor do parâmetro  $k$ .
- II. É independente do valor do parâmetro  $a$ .
- III. É independente dos valores dos parâmetros  $b$  e  $c$ .

Está correto o que se afirma em

- (A) I, apenas.
- (B) II, apenas.
- (C) I e II, apenas.
- (D) II e III, apenas.
- (E) I, II e III.

**42**

Em testes de comissionamento de sistemas de controle em operação é comum aplicar sinais do tipo degrau e rampa, uma vez que essas respostas temporais contêm características do desempenho do sistema em regime permanente.

Considere um sistema de controle com realimentação unitária, cuja função de transferência de malha aberta possui um polo na origem.

Quanto ao erro de regime permanente ao seguir sinais do tipo degrau e rampa, esse sistema apresentará

- (A) erro nulo ao degrau e erro nulo à rampa.
- (B) erro nulo ao degrau e erro limitado à rampa.
- (C) erro nulo ao degrau e erro infinito à rampa.
- (D) erro limitado ao degrau e erro nulo à rampa.
- (E) erro limitado ao degrau e erro limitado à rampa.

**43**

Em testes de comissionamento de sistemas de controle em operação é comum aplicar sinal do tipo degrau, uma vez que tal resposta contêm características do desempenho transitório do sistema.

Considere que determinado sistema de controle é representado pela sua função de transferência de malha aberta  $N(s)$ , dada por

$$N(s) = \frac{K}{s(s+A)}, \text{ com } K, A > 0.$$

Inicialmente, o valor do ganho do controlador  $K$  foi ajustado de forma a tornar o sistema em malha fechada criticamente amortecido.

Caso o ganho  $K$  seja ligeiramente aumentado, é esperado que o sistema tenha

- (A) menor tempo de acomodação.
- (B) menor sobressinal.
- (C) menor tempo de subida.
- (D) maior amortecimento.
- (E) maior erro de regime permanente.

**44**

A estrutura de controle do tipo PID é largamente utilizada na indústria, por ser uma estratégia de controle de relativa simplicidade e com capacidade de conferir ao sistema importantes requisitos de desempenho.

Existem diversas técnicas para sintonia dos parâmetros desse tipo de controlador, a qual deve ser escolhida de acordo com as características do sistema como um todo.

Uma destas técnicas é o método

- (A) de Ziegler-Nichols, que obtém parâmetros PID a partir de respostas temporais colhidas experimentalmente da planta.
- (B) do lugar das raízes, cujos parâmetros PID fornecidos transformam o controlador em um observador de estados.
- (C) do diagrama de Bode, cujos parâmetros PID obtidos produzem um controlador ótimo quanto a resposta temporal.
- (D) de Ackerman, o qual obtém parâmetros PID a partir de requisitos de margem de ganho e margem de fase.
- (E) LQG, que visa fornecer parâmetros PID capazes de alocar os polos do sistema em posições definidas pelo usuário.

**45**

Uma determinada indústria resolveu adicionar a sua planta um processo que realiza o tratamento térmico de peças metálicas, para que estas obtenham propriedades mecânicas desejadas. Esse processo consiste na inserção de uma peça dentro de um forno elétrico, cuja temperatura é controlada por um controlador do tipo PI, de função de transferência dada por

$$K(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Após instalação do sistema, foi executado a função “autoajuste” presente no controlador PI, que estabeleceu um par de valores iniciais para as constantes  $K_p$  e  $T_i$  do respectivo controlador.

Em seguida, o sistema passou por um teste de validação, que consistiu na execução de um degrau na referência, com intuito de verificar como o sistema seguia a temperatura pré-determinada.

Ao analisar a resposta do sistema, verificou-se que a temperatura do forno possuía tempo de subida adequado, mas com tempo excessivo para eliminação de erro de estado estacionário.

Neste caso, para melhorar a resposta transitória desse sistema, se faz necessário

- (A) diminuir o valor de  $K_p$  e manter o valor de  $T_i$ .
- (B) diminuir o valor de  $K_p$  e aumentar o valor de  $T_i$ .
- (C) manter o valor de  $K_p$  e diminuir o valor de  $T_i$ .
- (D) manter o valor de  $K_p$  e aumentar o valor de  $T_i$ .
- (E) aumentar o valor de  $K_p$  e de  $T_i$ .

Realização

