



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISA ESPACIAL – INPE

PROVA DISCURSIVA

TG16

ENGENHARIA DE SISTEMAS DE SATÉLITES - MISSÕES ESPACIAIS



SUA PROVA

- Além deste caderno contendo **5 (cinco)** questões discursivas **com as respectivas folhas de rascunho**, você receberá do fiscal de prova as folhas de textos definitivos;



TEMPO

- Você dispõe de **4 (quatro) horas** para a realização da prova;
- **2 (duas) horas** após o início da prova, é possível retirar-se da sala, sem levar o caderno de questões;
- A partir dos **30 (trinta) minutos** anteriores ao término da prova é possível retirar-se da sala **levando o caderno de questões**.



NÃO SERÁ PERMITIDO

- Qualquer tipo de comunicação entre os candidatos durante a aplicação da prova;
- Anotar informações relativas às respostas em qualquer outro meio que não seja no caderno de questões e nas folhas de textos definitivos;
- Levantar da cadeira sem autorização do fiscal de sala;
- Usar o sanitário ao término da prova, após deixar a sala.



INFORMAÇÕES GERAIS

- Verifique se seu caderno de questões está completo, sem repetição de questões ou falhas. Caso contrário, **notifique imediatamente o fiscal da sala**, para que sejam tomadas as devidas providências;
- Confira seus dados pessoais, especialmente nome, número de inscrição e documento de identidade e leia atentamente as instruções para preencher as folhas de textos definitivos;
- Para o preenchimento das folhas de textos definitivos, use somente caneta esferográfica, fabricada em material transparente, com tinta preta ou azul;
- Assine seu nome apenas no(s) espaço(s) reservado(s) no cartão de respostas;
- Caso você tenha recebido caderno de cargo **diferente** do impresso em suas folhas de textos definitivos, o fiscal deve ser **obrigatoriamente** informado para o devido registro na ata da sala;
- O preenchimento das folhas de textos definitivos é de sua responsabilidade e **não será permitida a troca de folha de texto definitivo em caso de erro cometido pelo candidato**;
- Para fins de avaliação, serão levadas em consideração apenas os textos das folhas de textos definitivos;
- A FGV coletará as impressões digitais dos candidatos na lista de presença;
- Os candidatos serão submetidos ao sistema de detecção de metais quando do ingresso e da saída de sanitários durante a realização das provas.
- **Boa prova!**

Questão 1

Um tecnólogo do INPE estava trabalhando em uma simulação computacional associada a um determinado sistema e chegou ao seguinte modelo de simulação:

$$y(k) = a \cdot y(k-1) + b \cdot y(k-2) + d \cdot u(k).$$

Para esse modelo, k corresponde aos passos de simulação, a , b e d são constantes, y é a saída e u é a entrada. Na tentativa de definir um algoritmo computacional que permitisse o cálculo de y para valores arbitrários de a , b , d e $u(k)$ ($k \geq 0$ e k inteiro), o tecnólogo definiu a seguinte função recursiva:

```

Função y(k: inteiro, u: array[0..(N-1)] de real, a: real, b: real, d:real): real
  Se k = 0 então
    retorne d*u[0]
  Senão Se k = 1 então
    retorne c + d*u[1]
  Senão
    retorne a*y(k-1, u[k-1], a, b, d) + b*y(k-2, u[k-2], a, b, d) + d*u[k]
  Fim-Se
Fim-Se
Fim-Função

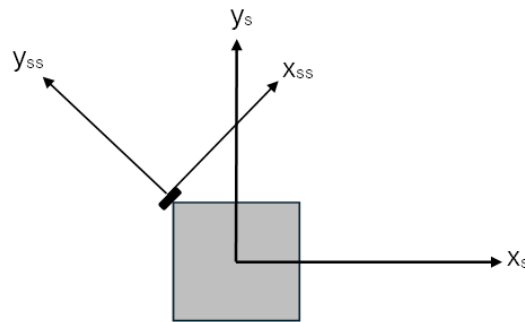
```

No algoritmo acima, a seguinte notação foi utilizada: $u[k]$ representa o k -ésimo elemento do array u e $x:T$ denota uma variável, parâmetro ou tipo de retorno de função como sendo do tipo de dado T . Adicionalmente, o valor de c , que é do tipo real, deverá ser especificado pelo programador para incluir um possível cálculo que seja coerente com o modelo de simulação.

Baseado nisso responda ao que se pede a seguir.

- Indique quantos casos base essa função recursiva possui e quais são eles.
- Identifique o comando desse algoritmo recursivo que deve ser alterado para que o algoritmo suporte a inserção de uma condição inicial para y e permita o cálculo de $y(k)$ com $k = 1$. Na sua resposta, mostre como esse comando ficaria, supondo $y(0) = 0,5$, $y(-1) = y(-2) = 0$.
- Caso essa função seja implementada em uma linguagem de programação e executada em um computador, identifique qual problema prático poderá surgir, em termos de memória, se a função for invocada com k arbitrariamente grande (exemplo: $k = 1000000$). Considere que os valores do array $u[0 \dots (N-1)]$ já foram pré-calculados, $N > k$ e que os tipos de dados especificados para as variáveis suportam valores tais como $k = 1000000$.
- Reescreva o algoritmo para essa função, mas de modo iterativo, utilizando um bloco Enquanto (*While*) e supondo que k , $u[0 \dots (N-1)]$, a , b e d são parâmetros passados como argumentos à função. Utilize a notação $x \leftarrow w$ para representar a atribuição do valor w a x .

Questão 2



A figura acima ilustra esquematicamente uma seção transversal de um satélite cúbico com um pequeno sensor solar localizado em um dos vértices do satélite. Nessa figura y_s e x_s denotam os eixos de coordenadas cartesianas centrados no satélite considerando o plano mostrado. Os eixos de coordenadas cartesianas centrados no sensor (plano do sensor) são representados por x_{ss} e y_{ss} , sendo y_{ss} coincidente com a normal à superfície do sensor. Sabendo-se que o sensor solar é do tipo detector de cosseno e que a saída de corrente do sensor quando a luz do Sol incide normalmente à superfície do sensor vale 5mA.

Determine, considerando somente o problema bidimensional, no plano da figura:

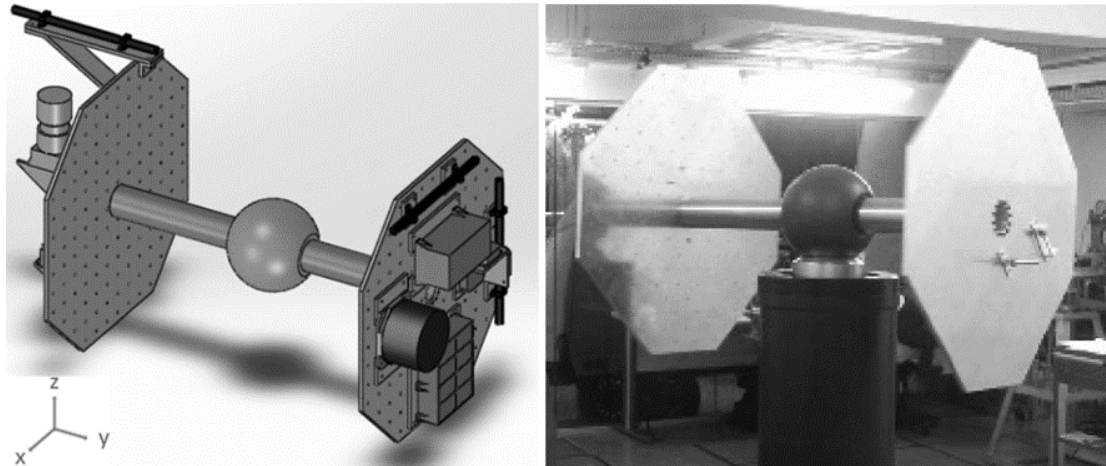
- o valor da corrente para o caso da incidência da luz solar a um ângulo de 60° considerando a normal do sensor;
- a matriz de rotação 2×2 que transforma as coordenadas de um vetor unitário, expresso nas coordenadas do sensor, para as coordenadas do satélite. Considere, para esse caso, que os eixos cartesianos x_{ss} e y_{ss} são obtidos pela rotação de 45° dos eixos x_s e y_s no sentido anti-horário. Na sua resposta, indique como fica a equação matricial de mudança do sistema de referência do sensor para o satélite;
- o(s) possível(eis) valor(es) para o(s) vetor(es) unitário(s) que representa(m) a direção do Sol, expresso(s) no sistema de coordenadas do satélite, considerando a incidência descrita no item (a). Para essa determinação use a matriz de rotação, obtida no item (b), para demonstrar a modificação dos valores expressos no sistema de coordenadas do sensor, que também devem ser calculados;
- se é possível especificar adequadamente a direção do Sol, através do cálculo do vetor indicativo da direção do Sol, utilizando um esquema de montagem tal como o mostrado na figura. Justifique sua resposta.

Questão 3

Suponha que um laboratório precise validar o funcionamento de equipamentos que são modelos de engenharia de sensores e atuadores de um sistema de controle de atitude que será embarcado em um novo satélite lançado no âmbito do Programa Espacial Brasileiro. Para isso, o laboratório possui um mancal aerostático esférico com os seguintes equipamentos acoplados: três rodas de reação, três bobinas de torque magnético, uma triáde de girômetros, uma triáde de acelerômetros, um receptor GNSS, um sensor de estrelas, um computador de bordo com sistema operacional de tempo real e uma bateria.

Para fins de análise, cada um dos equipamentos está perfeitamente alinhado com o sistema de referência da Figura 1, e com os eixos principais de inércia do conjunto mancal esférico mais equipamentos de suporte (barra e placas). A Figura 1 mostra uma imagem 3D do mancal e seus equipamentos. Além disso, o mancal possui um sistema pneumático que suporta o peso de todo o conjunto do mancal de forma perfeitamente balanceada, o qual não gera, idealmente, nem atrito entre a esfera e o suporte, nem perturbações no movimento.

Figura 1 – Maquete 3D do mancal e dos equipamentos do sistema de controle e o suporte com o sistema pneumático.



Um teste será realizado dentro de um laboratório fechado com teto retrátil em uma noite sem nuvens, com o sensor de estrelas apontando para o céu em todo o momento, sem perda de visada. As medidas dos girômetros, acelerômetros e do sensor de estrelas são obtidas em uma taxa de frequência de 1 kHz. O processamento da lei de controle é feito, idealmente, de forma instantânea.

Suponha que a dinâmica de um dos eixos do mancal possa ser aproximada por um sistema linear descrito pela equação diferencial:

$$T(t) - b\omega(t) = J\dot{\omega}(t), \tag{1}$$

em que $T(t)$ é o torque em função do tempo aplicado pela roda de reação associada ao eixo, b é uma constante que representa um coeficiente de atrito viscoso, J o momento de inércia do eixo e $\omega(t)$ é a velocidade angular do eixo.

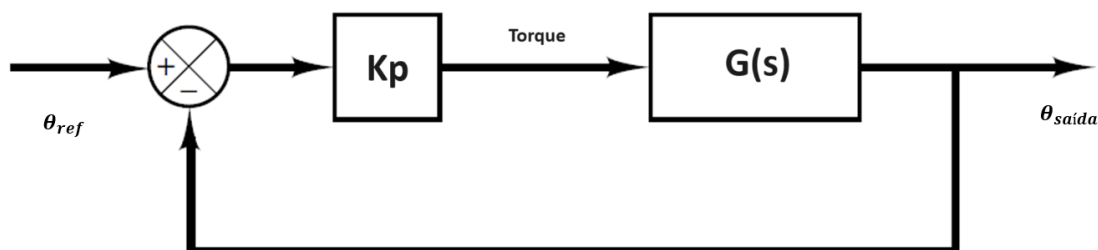
- A) Escreva a função de transferência $G(s)$ correspondente a equação (1) que relaciona a velocidade angular do sistema (saída) e o torque da roda (entrada).
- B) Suponha que a velocidade angular também possa ser obtida por meio da derivada da posição angular do eixo, denominada $\theta(t)$, conforme descrito na equação

$$\dot{\theta}(t) = \omega(t) \tag{2}$$

Reescreva a função de transferência $G(s)$ correspondente à equação (1) com a posição angular sendo a saída.

- C) Suponha que um aluno da pós-graduação queira projetar um sistema de controle para levar a posição angular de um dos eixos do mancal para uma posição angular de referência, segundo o diagrama de blocos mostrado na Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Diagrama de blocos do projeto de controle.



Escreva a função de transferência que relaciona a entrada e a saída do sistema em malha fechada, considerando o valor de $G(s)$ obtido no item (B).

- D) Considere que a função de transferência de um sistema de segunda ordem, em sua forma padrão, possa ser descrita pela equação (3),

$$\frac{Saída(s)}{Entrada(s)} = \frac{\tau_n^2}{s^2 + 2\zeta\tau_n s + \tau_n^2} \tag{3}$$

em que τ_n é a frequência natural do sistema e ζ é a razão de amortecimento.

Calcule o valor do ganho K_p para que a resposta ao degrau do sistema possua um sobressinal de 10% e um tempo de assentamento de 10 segundos.

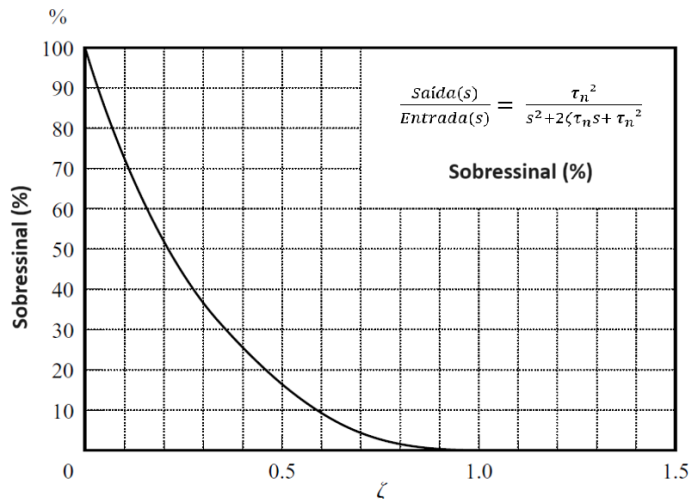
Use os seguintes dados:

Coefficiente de atrito viscoso: $b = 0,8$

Momento de inércia do eixo: $J = 1,0$

Tempo de assentamento: $t_s = \frac{4}{\zeta\tau_n}$

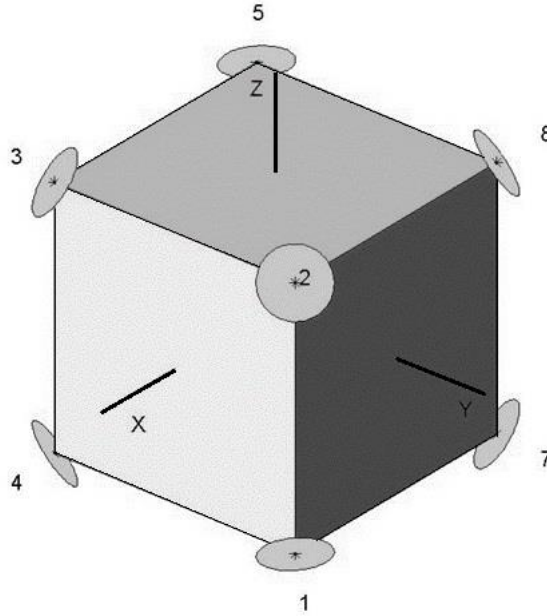
Figura 3 – Relação de amortecimento ζ e o sobressinal desejado.



Questão 4

Sensores e atuadores para uso em missões espaciais são equipamentos que envolvem alta tecnologia e requerem especial atenção aos aspectos relacionados ao desempenho e confiabilidade em voo. Esta questão se divide em duas partes, a primeira voltada para as características relevantes na especificação de equipamentos dessa natureza, a segunda envolve o aspecto da confiabilidade durante a vida útil.

Considere um satélite de formato cúbico, em órbita baixa, contendo os seguintes sensores e atuadores: sensor magnético em três eixos; sensor de estrelas; giro laser em três eixos; pares de propulsores a hidrazina; rodas de reação em cada eixo; bobinas magnéticas em cada eixo e um conjunto de oito sensores solares analógicos de um eixo, cada qual com campo de visada ideal semiesférico e respectivo eixo de simetria alinhado com cada diagonal do satélite, conforme indicado na figura a seguir. Considere que a confiabilidade de cada sensor solar durante a vida útil do satélite seja dada por R, e que o Sistema de Controle de Atitude do satélite faz com que a normal a uma das faces do satélite permaneça apontada para o Sol com erro de apontamento suficientemente pequeno para que apenas os sensores desta face sejam iluminados pelo Sol.



A) Com exceção dos sensores solares, para cada um dos demais tipos de equipamentos mencionados, listados a seguir, cite três das suas características funcionais que estabelecem limitações em seu desempenho em voo, levando em conta que devem estar operacionais nas diferentes fases durante a vida útil do satélite. Cada característica citada não deve aparecer em mais de um item.

1. Sensor magnético em três eixos;
2. Sensor de estrelas;
3. Giro laser em três eixos;
4. Pares de propulsores a hidrazina;
5. Rodas de reação;
6. Bobinas magnéticas.

B) Referente aos sensores solares pede-se:

- B₁ Quanto à saída deste tipo de sensor, cite qual é o tipo de sua saída física e que grandeza geométrica a saída deste tipo de sensor permite observar quando seu campo de visada é iluminado diretamente pelo Sol?
- B₂ Determine quantos destes sensores precisam ter seus campos de visada simultaneamente iluminados diretamente pelo Sol para permitir a determinação da direção do Sol no sistema do satélite sem ambiguidade, qualquer que seja esta direção? Justifique conceitualmente a resposta.
- B₃ Dado que a confiabilidade de cada sensor seja igual a R durante a vida útil do satélite calcule:
- I. A probabilidade de que dentre os oito sensores solares do satélite apenas dois deles falhem durante a vida útil do satélite, e os demais permaneçam funcionando.
 - II. A probabilidade condicionada de que, dado que dois sensores falharam, ainda seja possível calcular univocamente a direção do Sol no sistema do satélite com base na saída dos demais sensores solares.

Questão 5

Para a dinâmica de atitude, considere o movimento de um corpo rígido livre de torques externos com componentes no sistema de eixos principal de inércia que apresentam as equações de movimento dadas por:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x(t) &= \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y(t) \omega_z(t) \\ \dot{\omega}_y(t) &= \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_z(t) \omega_x(t) \\ \dot{\omega}_z(t) &= \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x(t) \omega_y(t)\end{aligned}$$

As equações diferenciais são acopladas e não-lineares, responda ao que se pede a seguir.

- A) Considere o caso mais simples de simetria axial, em que $J_x = J_y \equiv J_t$, o eixo z se torna um eixo de simetria no tensor momento de inércia. Encontre a nova equação de movimento e explique a característica de $\omega_z(t)$.
- B) Encontre as soluções para $\omega_x(t)$ e $\omega_y(t)$.
- C) Encontre a taxa de nutação do corpo e explique fisicamente seu movimento.
- D) Avalie as características do movimento da taxa de nutação do corpo para os casos: $J_t > J_z$; $J_t < J_z$ e $J_t = J_z$

Realização

