

PROFESSOR DE ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO – MATEMÁTICA

PROVA PREAMBULAR OBJETIVA
TIPO 3

Atenção: a frase a seguir deverá ser transcrita no espaço reservado da sua folha de respostas, com sua caligrafia usual, considerando as letras maiúsculas e minúsculas.

Não há nada que toque menos uma obra de arte do que palavras de crítica.



SUA PROVA

Além deste caderno de questões contendo **40 (quarenta)** questões objetivas, você receberá do fiscal de sala uma folha para a marcação das respostas.

As questões objetivas têm **5 (cinco)** opções de resposta (A, B, C, D e E) e somente uma delas está correta.



TEMPO

- **3 (três) horas** é o período disponível para a realização da prova, já incluído o tempo para a marcação da **folha de respostas**.
- **1 (uma) hora** após o início da prova, é possível retirar-se da sala, sem levar o caderno de questões nem qualquer tipo de anotação de suas respostas.
- **30 (trinta) minutos** antes do término do período de prova, é possível retirar-se da sala, **levando o caderno de questões**.



NÃO SERÁ PERMITIDO

- Qualquer tipo de comunicação entre os candidatos durante a aplicação da prova.
- Usar o sanitário ao término da prova, após deixar a sala.
- Anotar informações relativas às respostas em qualquer outro meio que não seja este caderno de questões.



INFORMAÇÕES GERAIS

- Verifique se este caderno de questões está completo e sem falhas de impressão. Caso contrário, **notifique imediatamente o fiscal da sala**, para que sejam tomadas as devidas providências.
- Na folha de respostas, confira seus dados pessoais, especialmente nome, número de inscrição e documento de identidade, e leia atentamente as instruções para preenchê-las.
- **Use somente caneta esferográfica, fabricada em material transparente, com tinta preta ou azul.**
- Assine seu nome apenas no espaço reservado na folha de respostas.
- Confira o tipo do seu caderno de questões. Caso tenha recebido caderno de questões com tipo diferente do impresso em sua folha de respostas, o fiscal deve ser **obrigatoriamente** informado para o devido registro na ata da sala.
- O preenchimento das respostas é de sua responsabilidade e não será permitida a substituição da folha de respostas em caso de erro cometido por você.
- Para fins de avaliação, serão levadas em consideração apenas as marcações realizadas na folha de respostas.
- Os candidatos serão submetidos ao sistema de detecção de metais quando do ingresso e da saída de sanitários durante a realização das provas.

Boa prova!

Conhecimentos Gerais

1

Com base na abordagem *STEAM* (Bacich, L. E. Holanda, L. *Steam em sala de aula*, 2020), uma escola desenvolveu um projeto em que grupos de estudantes da 3ª série do Ensino Médio são desafiados a construir uma lancheira térmica capaz de conservar o alimento durante o período escolar.

Para solucionar o desafio, os estudantes devem investigar, em Ciências, as condições necessárias para a conservação dos alimentos e as propriedades térmicas dos materiais. A partir dessas informações, mobilizam conhecimentos matemáticos para calcular medidas, áreas, volumes e estimar a quantidade de materiais necessários. A Tecnologia é utilizada na pesquisa de materiais, no desenvolvimento de protótipos digitais, no registro e na análise dos testes realizados. A Arte contribui para o desenvolvimento de design do produto, considerando aspectos estéticos e ergonômicos que tornem a lancheira funcional e atraente para o público escolar. Como produto final, cada grupo deve apresentar uma lancheira acompanhada de um relatório que descreva o processo de desenvolvimento do projeto e os conhecimentos mobilizados em sua construção.

Considerando a atividade apresentada e os princípios da abordagem *STEAM*, analise as afirmativas a seguir e assinale (V) para verdadeira e (F) para falsa.

- () A articulação entre as áreas ocorre pela reprodução de técnicas previamente definidas para a construção do produto, conforme pressupostos da abordagem *maker*.
- () A integração entre as áreas ocorre de forma multidisciplinar, uma vez que demanda a mobilização equivalente de conceitos de diferentes disciplinas para a construção do produto.
- () A organização do projeto a partir de uma situação-problema concreta favorece uma aprendizagem integrada, na qual os estudantes articulam diferentes saberes para criar, testar e aperfeiçoar uma solução.

As afirmativas são, respectivamente,

- (A) V – V – F.
- (B) V – F – V.
- (C) F – F – V.
- (D) F – V – F.
- (E) V – V – V.

2

Durante uma aula sobre o Cubismo, um professor de Arte utilizou a técnica "Todo Mundo Escreve", proposta por Doug Lemov em *Aula Nota 10 3.0* (2023), como estratégia de escrita formativa com estudantes da 1ª série do Ensino Médio. Na primeira etapa, apresentou a obra *Guernica*, de Pablo Picasso.



Fonte: <https://www.museoreinasofia.es/coleccion/obra/guernica>

Após alguns minutos de observação silenciosa da imagem, o professor propôs uma pergunta disparadora, para que todos os estudantes registrassem individualmente suas ideias por escrito durante cinco minutos. Em seguida, algumas respostas foram compartilhadas com a turma, favorecendo a troca de ideias sobre a imagem observada.

Considerando os princípios da escrita formativa (Lemov, 2023), assinale a opção que apresenta a pergunta disparadora mais adequada para essa etapa inicial da atividade.

- (A) A obra confirma ou questiona interpretações históricas já produzidas sobre o acontecimento representado?
- (B) Como os elementos visuais presentes na composição da obra contribuem para a construção de sentidos? Justifique sua resposta com base em aspectos observáveis da imagem.
- (C) Qual é a principal mensagem transmitida pela obra? Fundamente sua resposta com evidências visuais.
- (D) Quais argumentos justificam considerar *Guernica* a principal obra de denúncia política do século XX?
- (E) Que perguntas, interpretações iniciais ou hipóteses podem ser formuladas a partir das figuras, formas, linhas e contrastes observados na obra?

3

Em uma turma do Ensino Médio, ao ser questionado sobre a definição de um triângulo retângulo, um aluno responde que é um triângulo que tem uma hipotenusa. O professor reconhece que a observação não está incorreta, mas explica que ela não é suficiente para definir um triângulo retângulo. Em seguida, pede que o aluno reformule sua resposta de maneira mais precisa.

A intervenção do professor evidencia a técnica de

- (A) aproveitar o acerto parcial do aluno para propor uma questão adicional, mais complexa que a inicial.
- (B) considerar que respostas capazes de identificar aspectos particulares podem ser aceitas como definições.
- (C) distinguir entre indícios de compreensão e domínio efetivo do conceito antes de considerá-lo aprendido.
- (D) privilegiar a construção coletiva da definição em vez da solicitação de formulações individuais precisas.
- (E) substituir a exigência de definições exatas pela valorização de reconhecimentos aproximativos do tema estudado.

4

O reforço positivo por meio do elogio tende a favorecer a aprendizagem quando destaca ações específicas, reconhecíveis, controláveis e passíveis de repetição pelo aluno, em vez de atribuir seu desempenho a qualidades pessoais tratadas como traços fixos. Assinale a opção que apresenta um elogio compatível com essa orientação.

- (A) “Excelente, você acerta praticamente tudo o que proponho na sala de aula!”
- (B) “A redação que você apresentou mostra o quanto você tem talento para escrever.”
- (C) “Que bom que você entregou no prazo, gosto de quando cumprimos os combinados!”
- (D) “Reveja seus rascunhos, pois foram eles que possibilitaram essa versão final.”
- (E) “Sua redação está no caminho certo, mas ainda precisa melhorar bastante!”

5

Uma professora decide trabalhar em aula um conto cujo narrador é não confiável, isto é, cujo relato, por algum motivo, não merece total crédito do leitor.

Ao elaborar seu plano de aula, ela registra a seguinte hipótese: “Os alunos podem tomar a versão do narrador como verdadeira e perder o efeito literário”. Em seguida, anota duas perguntas para fazer caso isso aconteça.

A ação da professora evidencia a prática de

- (A) impedir que os alunos leiam o narrador como fonte segura, conduzindo desde o início uma interpretação previamente definida.
- (B) considerar previamente um possível desdobramento da atividade e preparar formas de encaminhá-lo.
- (C) registrar com mais precisão as dificuldades da turma, usando esses dados no relatório sobre a atividade.
- (D) preparar uma resposta genérica para dúvidas de leitura, aplicável a diferentes interpretações surgidas a aula.
- (E) evitar a discussão de um aspecto potencialmente problemático do texto para preservar o ritmo previsto da atividade.

6

Uma professora propõe que duplas de alunos discutam uma questão durante trinta segundos. Ao circular pela sala, ela observa que diversas duplas conversam animadamente, mas sobre assuntos alheios à tarefa. Poucas chegam a formular uma resposta antes do término do tempo.

Mantendo a técnica adotada, a intervenção mais adequada para reduzir a dispersão é

- (A) ampliar o tempo destinado à conversa para que as duplas possam discutir mais.
- (B) informar previamente que sorteará duplas para compartilharem as suas conclusões.
- (C) solicitar que apenas as duplas que chegarem a uma resposta interajam com a turma.
- (D) reformular a pergunta para torná-la mais simples antes de repetir a atividade.
- (E) interromper periodicamente as conversas para orientar as duplas sobre a resposta esperada.

7

Ao lidar com turmas de comportamento agitado, um professor costumava dizer coisas como “Não dispersem”, “Parem de conversar” ou “Sem bagunça”, mas não conseguia bons resultados. Ele decide reformular seu modo de instruir os alunos, substituindo essas repreensões por orientações como “Abram o livro na página X”, “Olhos no quadro” e “Comparem suas respostas com as do colega ao lado”.

A mudança na forma de orientar os alunos caracteriza-se por

- (A) estabelecer combinados de convivência previamente para orientar as condutas esperadas durante as atividades.
- (B) repetir as orientações de maneira consistente até que os alunos demonstrem familiaridade com elas.
- (C) explicar com maior frequência as razões pelas quais determinados comportamentos prejudicam a aula.
- (D) responder de forma imediata aos descumprimentos para reforçar a importância das orientações dadas.
- (E) formular instruções que descrevem diretamente as ações que se espera que os alunos executem.

8

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo implantou uma estratégia inspirada em álbuns de figurinhas de futebol para incentivar a leitura entre estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental à 3ª série do Ensino Médio. A dinâmica é simples: cada minuto de leitura realizada em uma plataforma digital gera pontos, que podem ser trocados por figurinhas digitais. Em razão da Copa do Mundo, cada minuto lido vale 5 pontos e a conclusão de um livro rende um bônus de 200 pontos. Com esses pontos, os estudantes abrem “pacotinhos” virtuais e completam álbuns com temas ligados ao futebol. Os álbuns são lançados semanalmente na plataforma e permitem trocas de figurinhas entre colegas, inclusive em sala de aula.

Adaptado de Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Índice de leitura na rede estadual de SP cresce com álbuns digitais de figurinhas de futebol*. 23/06/2026.

Após implementar a atividade em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, com o objetivo de ampliar os índices de leitura, um professor identificou que os alunos apresentavam grande participação na plataforma digital e nas trocas de figurinhas, mas pouca interação nas discussões realizadas em sala de aula sobre os textos lidos.

Considerando os princípios das metodologias ativas e da integração pedagógica das tecnologias digitais, conforme Bacich e Moran (2017), o encaminhamento docente mais adequado para essa situação é

- (A) ampliar o uso da plataforma digital em atividades assíncronas para otimizar o tempo das aulas presenciais, promovendo atividades de discussões em grupo.
- (B) articular as leituras realizadas previamente na plataforma digital com atividades presenciais mediadas pelo professor, que exijam resolução de problemas, em consonância com a metodologia da sala de aula invertida.
- (C) substituir gradualmente o uso da plataforma digital por atividades presenciais conduzidas pelo professor, garantindo maior controle sobre os textos selecionados e sobre a participação dos estudantes nas discussões.
- (D) utilizar os dados gerados pela plataforma para personalizar as indicações de leitura aos interesses individuais dos estudantes, pois a adequação dos textos às preferências pessoais é suficiente para ampliar a participação nos debates.
- (E) vincular as recompensas da plataforma ao produto final, e não ao processo, para evitar a dispersão do foco em sala de aula, conforme os princípios da aprendizagem baseada em projetos.

9

Em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, uma professora de Geografia propôs aos estudantes a investigação dos impactos das mudanças climáticas em sua cidade. Em vez de apresentar previamente todas as informações e conclusões, orientou os alunos a buscar fontes confiáveis, comparar dados, interpretar gráficos, organizar registros e elaborar análises fundamentadas.

Durante o desenvolvimento da atividade, observou que alguns estudantes conseguiam selecionar informações relevantes, estabelecer relações entre conceitos e organizar estratégias próprias de estudo, enquanto outros apresentavam dificuldades para interpretar textos, sistematizar dados e construir argumentos. Diante dessas diferenças, a professora passou a oferecer instrumentos de apoio, como roteiros de leitura, esquemas de análise e orientações para a organização das informações, sem retirar dos estudantes a participação ativa no processo de investigação.

A situação apresentada dialoga com as novas demandas atribuídas à atuação docente discutidas por Libâneo (*Adeus professor, adeus professora?*, 2025).

Com base na situação apresentada e na concepção de aprendizagem defendida por Libâneo, é correto afirmar que a mediação pedagógica deve

- (A) considerar que as diferenças de aprendizagem decorrem principalmente das capacidades individuais previamente estabelecidas, ajustando as atividades às características intelectuais de cada estudante.
- (B) promover o desenvolvimento das capacidades cognitivas e dos modos de pensar, favorecendo que os estudantes se apropriem dos conhecimentos e desenvolvam autonomia para orientar seus próprios processos de aprendizagem.
- (C) concentrar-se na apresentação de procedimentos e modelos de resolução previamente definidos pelo professor, pois a aprendizagem ocorre pela assimilação gradual das formas corretas de realizar as atividades.
- (D) priorizar o ensino de técnicas de estudo e estratégias de organização escolar, pois o domínio desses procedimentos constitui o principal fator responsável pela construção da autonomia intelectual.
- (E) promover a repetição sistemática dos conteúdos essenciais, uma vez que a autonomia intelectual decorre do domínio gradual de conceitos previamente definidos.

10

Os exercícios de escrita podem desempenhar diferentes funções no processo de aprendizagem. Em algumas situações, o estudante já tem uma ideia em mente e escreve para desenvolvê-la e sustentá-la. Em outras, escreve antes de ter uma ideia formada e utiliza a escrita como forma de construir o próprio pensamento.

Considerando a escrita como ferramenta de construção do conhecimento, assinale a opção que apresenta uma atividade compatível com essa segunda função.

- (A) Elaborar um resumo de um conto lido em sala de aula, destacando suas principais informações e seus acontecimentos.
- (B) Registrar uma análise do conto, identificando seu gênero literário e apresentando elementos do texto que confirmem essa classificação.
- (C) Produzir um parágrafo argumentativo defendendo que o desfecho do conto apresenta características de uma narrativa trágica.
- (D) Compor um texto comparando interpretações sobre o desfecho do conto e justificando aquela considerada mais adequada.
- (E) Registrar diferentes hipóteses sobre as razões que levaram a personagem a modificar seu comportamento ao longo do conto.

Conhecimentos Específicos em Matemática

11

Em uma aula de Estatística Descritiva, um professor de Matemática pediu a uma aluna que calculasse a média e o desvio padrão de um conjunto de dados. A aluna obteve média igual a 6,0 e desvio padrão igual a 1,50.

Em seguida, o professor propôs aumentar em 2 unidades cada um dos valores desse conjunto de dados e pediu para que a média e o desvio padrão fossem recalculados.

Considerando que a aluna efetuou corretamente os cálculos, os valores encontrados para a média e para o desvio padrão foram, respectivamente,

- (A) 6,0 e 1,50.
- (B) 8,0 e 1,50.
- (C) 8,0 e 2,25.
- (D) 8,0 e 3,50.
- (E) 12,0 e 3,00.

12

Três estudantes apresentaram diferentes procedimentos para calcular a soma dos dezoito primeiros termos de uma Progressão Geométrica de razão 7.

Estudante 1: Calcule a diferença entre o décimo nono termo e o primeiro termo. Divida essa diferença por 6.

Estudante 2: Calcule a diferença entre o décimo oitavo termo e o primeiro termo. Divida essa diferença por 6.

Estudante 3: Calcule a diferença entre o décimo nono termo e o primeiro termo. Divida essa diferença por 7.

Considerando as propriedades das progressões geométricas, é correto afirmar que

- (A) apenas o estudante 1 está certo.
- (B) apenas o estudante 2 está certo.
- (C) apenas os estudantes 1 e 2 estão certos.
- (D) apenas os estudantes 1 e 3 estão certos.
- (E) todos os estudantes estão certos.

13

No início do Ensino Médio, pode ser necessária a retomada de habilidades essenciais de Álgebra, identificando dificuldades na transição da aritmética para a linguagem algébrica. Durante uma aula de revisão, um professor apresentou aos alunos a seguinte expressão:

$$\frac{a + b^2}{2}$$

Ao solicitar que simplificassem a expressão, um estudante apresentou como resultado $a + b$, justificando que havia "cancelado o expoente 2 de b^2 com o denominador 2".

Considerando possíveis ações para o desenvolvimento do pensamento algébrico, assinale a opção que apresenta a intervenção pedagógica mais adequada para ajudar o aluno a perceber a incorreção de sua generalização.

- (A) Propor a memorização da regra de que expoentes e denominadores pertencem a conjuntos numéricos distintos e, portanto, nunca podem interagir operacionalmente.
- (B) Sugerir o refazimento da simplificação utilizando a propriedade distributiva da radiciação, aplicando a raiz quadrada em ambos os termos para eliminar o expoente.
- (C) Propor a substituição de a por 8 e b por 4 tanto na expressão original quanto na simplificada pelo estudante, para verificar, com base nos resultados, que as expressões se equivalem e, portanto, a simplificação foi correta.
- (D) Propor a substituição de a e b por valores idênticos, tanto na expressão original quanto na simplificada pelo estudante, utilizando os resultados obtidos como justificativa para confirmar ou rejeitar a equivalência entre as expressões.
- (E) Propor a substituição de a por 4 e b por 8, tanto na expressão original quanto na simplificada pelo estudante, para verificar, com base nos resultados, se as expressões se equivalem.

14

Durante uma atividade prática, um professor apresentou a situação a seguir aos estudantes:

Uma loja reduziu o preço de um artigo em 20%. Passado o período promocional, o gerente deseja retornar esse artigo ao seu preço original de venda. De quanto deve ser o aumento percentual aplicado sobre o preço promocional para que o artigo volte a custar o que custava antes?

Um dos alunos respondeu prontamente que o aumento deveria ser de 20%, justificando que, se o preço caiu 20%, basta aumentar os mesmos 20% para anular o desconto e restabelecer o valor inicial.

A argumentação do aluno está

- (A) errada, porque, como o preço promocional é menor que o preço original, deve-se aplicar sobre o promocional um aumento percentual também menor que 20%.
- (B) errada, porque o aumento percentual dependerá da diferença entre os preços original e promocional, nessa ordem.
- (C) errada, porque o percentual de aumento incidirá sobre valor menor do que o preço original, exigindo percentual maior do que 20% para recuperar o valor original.
- (D) errada, porque o aumento percentual correto depende da razão entre o preço original e o preço promocional, devendo ser calculado como a diferença entre esses preços dividida pelo preço original.
- (E) correta, porque um desconto de $x\%$ sempre é compensado por um acréscimo de $x\%$.

15

Durante uma aula de Análise Combinatória no Ensino Médio, um professor propôs o seguinte problema:

Um comitê de 3 pessoas deve ser formado a partir de um grupo composto por 4 mulheres e 3 homens. De quantas maneiras diferentes esse comitê pode ser constituído, sabendo que ele deve conter pelo menos uma mulher?

Um estudante apresentou a seguinte resolução:

Etapas 1: Primeiro, eu escolho 1 mulher para garantir a restrição do problema, o que me dá 4 possibilidades.

Etapas 2: Escolhida essa mulher, restam 6 pessoas no grupo (3 mulheres e 3 homens) para preencher as 2 vagas restantes do comitê. Portanto, basta calcular as combinações de 2 escolhidos em 6, que resulta em 15.

Etapas 3: Multiplicando as 4 possibilidades da primeira vaga pelas 15 possibilidades das 2 vagas restantes, o total é de 60 maneiras diferentes.

Considerando o raciocínio desenvolvido pelo estudante, assinale a opção que apresenta a análise mais adequada da resolução, distinguindo o procedimento utilizado pelo aluno do procedimento correto.

- (A) O resultado está errado porque, na Etapa 1, cria-se uma distinção artificial inexistente que provoca contagem a mais.
- (B) O resultado está errado porque, na Etapa 2, dever-se-ia calcular os arranjos de 2 escolhidos em 6.
- (C) As etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado devido a um erro de cálculo na Etapa 1.
- (D) As etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado devido a um erro de cálculo na Etapa 2.
- (E) As etapas apresentadas estão corretas e o resultado obtido, também.

16

No estudo das Ciências e da Física no Ensino Médio, a notação científica é uma ferramenta essencial para a representação e a manipulação de medidas de grandezas físicas muito pequenas ou muito grandes.

Durante uma aula de revisão de matemática instrumental, um professor solicitou que os alunos efetuassem a seguinte soma, apresentando o resultado final em notação científica:

$$2,8 \times 10^4 + 4,2 \times 10^3$$

Um estudante apresentou a seguinte resolução:

Etapas 1: Como as partes decimais são 2,8 e 4,2, eu somo esses valores diretamente, obtendo 7,0.

Etapas 2: Como os expoentes das potências de dez são 4 e 3, eu mantenho o maior expoente para preservar a ordem de grandeza, que é 4.

Etapas 3: O resultado final da soma é $7,0 \times 10^4$.

Ao analisar a resolução apresentada pelo estudante, o professor identifica corretamente que

- (A) as etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado devido a um erro de cálculo na soma decimal da Etapa 1.
- (B) as etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado porque o expoente final na Etapa 2 deveria ser a soma dos expoentes originais, ou seja, 7.
- (C) o resultado está errado porque, na Etapa 2, o correto seria multiplicar os expoentes das potências de dez, o que resultaria no expoente 12.
- (D) o resultado está errado porque, na Etapa 1, realizou-se a adição de parcelas que estão em ordens de grandeza diferentes, sendo necessário igualar os expoentes antes de somar as bases decimais.
- (E) as etapas apresentadas estão corretas e o resultado obtido também.

17

No estudo da resolução de Sistemas Lineares no Ensino Médio, a capacidade de associar a resolução algébrica de um sistema de equações lineares à sua representação geométrica no plano cartesiano é fundamental para a correta classificação das soluções.

Durante uma aula de revisão, um professor apresentou o seguinte sistema aos seus alunos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x + 1,5y = 1 \end{cases}$$

Um estudante tentou resolver o sistema utilizando o método da substituição e apresentou a seguinte análise:

Etapas 1: Isolar x na segunda equação, obtendo $x = 1 - 1,5y$.

Etapas 2: Substituir essa expressão na primeira equação, obtendo $2(1 - 1,5y) + 3y = 4$, o que resulta em $2 - 3y + 3y = 4$ e, simplificando, encontra-se a igualdade $0 = 2$.

Etapas 3: Como a igualdade $0 = 2$ é impossível de se verificar, conclui-se que, graficamente, as duas equações representam retas que se cruzam em um ponto cujas coordenadas não pertencem aos números reais.

Ao analisar a resolução apresentada pelo estudante, considerando a relação entre a representação algébrica e a interpretação geométrica de sistemas lineares, o professor identifica que

- (A) o resultado está errado porque, na Etapa 2, ocorreu um erro na aplicação da propriedade distributiva, invalidando a simplificação que levou à eliminação da variável y .
- (B) o resultado está errado porque, na Etapa 3, a obtenção de uma contradição numérica ($0 = 2$) indica algebricamente que o sistema é impossível; geometricamente, isso corresponde a duas retas paralelas distintas, sem ponto de interseção.
- (C) as etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado porque a igualdade $0 = 2$ indica que o sistema possui infinitas soluções e as retas são coincidentes.
- (D) as etapas apresentadas são corretas, mas o resultado obtido está errado porque o correto seria aplicar o método da adição, o qual demonstraria que o sistema é possível e determinado.
- (E) as etapas apresentadas estão corretas e o resultado obtido também.

18

Uma urna contém 5 esferas vermelhas e 3 esferas azuis, todas indistinguíveis entre si, exceto pela cor. Duas dessas esferas serão retiradas ao acaso. Deseja-se calcular a probabilidade de que pelo menos uma das esferas retiradas seja azul.

Essas probabilidades são:

P_1 : caso as duas esferas sejam extraídas da urna sucessivamente e sem reposição;

P_2 : caso as duas esferas sejam extraídas da urna sucessivamente e com reposição da primeira esfera antes da segunda retirada;

P_3 : caso as duas esferas sejam extraídas da urna simultaneamente.

É correto afirmar que

- (A) $P_1 < P_2 < P_3$
- (B) $P_1 = P_2 < P_3$
- (C) $P_2 < P_1 = P_3$
- (D) $P_2 = P_3 < P_1$
- (E) $P_1 = P_2 = P_3$

19

Durante uma atividade de revisão de geometria, um professor desenhou um quadrado no quadro e pediu aos alunos que listassem todas as classificações aplicáveis àquela figura geométrica.

Um estudante apresentou a seguinte resposta: "*Essa figura é um polígono regular, é um quadrilátero e é um losango. Porém, ela não pode ser classificada como um retângulo, pois os retângulos possuem dois lados compridos e dois lados curtos, enquanto essa figura tem todos os lados iguais.*".

Considerando as propriedades das figuras geométricas planas, a argumentação do estudante está

- (A) errada, porque todo quadrado atende à definição conceitual de retângulo por possuir quatro ângulos retos, de modo que os quadrados constituem um subconjunto especial dentro do grupo dos retângulos.
- (B) errada, porque os quadrados e os retângulos pertencem a famílias de quadriláteros completamente distintas e disjuntas, impossibilitando qualquer relação de inclusão ou comparação entre eles.
- (C) errada, porque a figura apresentada pelo professor deveria ser classificada apenas como quadrado, sendo incorreto atribuir mais de uma classificação simultânea a um mesmo polígono plano.
- (D) correta, porque a igualdade de todos os lados é uma propriedade exclusiva e restrita aos losangos e quadrados, o que exclui automaticamente essas figuras da classificação de retângulos.
- (E) correta, porque a classificação de retângulos exige, obrigatoriamente, a presença de pelo menos dois pares de lados com medidas lineares distintas para garantir a diferenciação visual.

20

Para realizar a manutenção da rede elétrica de um município, uma empresa contratou uma equipe de técnicos que trabalha mantendo um ritmo de produção constante e diretamente proporcional ao tempo trabalhado. No planejamento inicial, estimou-se que a equipe seria capaz de instalar um total de 120 novos postes de iluminação ao longo de uma jornada contínua de exatas 8 horas de trabalho.

Contudo, após as primeiras 3 horas de trabalho no ritmo previsto, ocorreu uma falha mecânica em um dos caminhões de suporte. Devido a esse imprevisto, a produtividade da equipe foi imediatamente reduzida pela metade e se manteve nesse nível nas horas restantes necessárias para a conclusão do serviço.

Ainda assim, a tarefa foi totalmente cumprida.

Considerando todo o período de trabalho, a equipe teve de trabalhar por, exatamente,

- (A) 8 horas.
- (B) 10 horas.
- (C) 11 horas e 30 minutos.
- (D) 13 horas.
- (E) 16 horas.

21

Durante uma aula de aprofundamento de Matemática no Ensino Médio, um professor propôs uma atividade relacionando Progressões Aritméticas (PA) e Funções Afins. Para isso, apresentou a seguinte situação:

Uma PA possui termo geral dado por $a_n = 4n - 1$, com $n \in \mathbb{N}^*$.

O professor solicitou que os alunos encontrassem uma função afim $f(x) = ax + b$, com domínio nos números reais ($\mathbb{R}$), cuja lei de formação coincidissem com os termos da PA para valores inteiros de x (ou seja, $f(n) = a_n$), e que esboçassem a sua representação geométrica.

Um estudante apresentou a seguinte resolução:

Etapas 1: Como a razão da PA é $r = 4$, o coeficiente angular da função afim deve ser $a = 4$.

Etapas 2: Como o primeiro termo da PA é $a_1 = 4(1) - 1 = 3$, o coeficiente linear da função afim (onde a reta corta o eixo y) deve ser $b = 3$. Logo, a função é $f(x) = 4x + 3$.

Etapas 3: Graficamente, como a PA é crescente e a função afim correspondente também é crescente, a representação geométrica da PA é uma reta contínua definida por f no plano cartesiano.

Considerando os conceitos de sequências numéricas e funções reais, assinale a opção que apresenta a estratégia de intervenção pedagógica mais adequada, para que o aluno perceba e corrija os erros de sua resolução.

- (A) Mostrar que o coeficiente angular a de uma função afim e a razão r de uma PA pertencem a naturezas operatórias distintas, invalidando a premissa da Etapa 1 de que o valor da razão possa ser associado diretamente à taxa de variação.
- (B) Orientar o aluno a calcular $f(1)$ utilizando a lei obtida na Etapa 2 ($f(x) = 4x + 3$), confrontando o resultado com o valor de a_1 para evidenciar o erro no coeficiente linear, e propor a plotagem de pontos isolados para questionar a continuidade da reta na Etapa 3.
- (C) Sugerir a aplicação do método dos mínimos quadrados para ajustar uma nova função afim que passe pela média dos termos da progressão, demonstrando que funções de domínio real nunca intersectam sequências de domínio discreto.
- (D) Propor a substituição do índice n por valores negativos na expressão $a_n = 4n + 3$ para demonstrar que a igualdade $f(n) = a_n$ se mantém no campo dos números reais, validando a lei de formação encontrada pelo estudante.
- (E) Orientar o aluno a substituir o coeficiente linear por $b = -1$ (termo independente da expressão da PA), mantendo a representação geométrica como uma reta contínua, uma vez que o domínio de uma PA pode ser estendido aos reais por analogia direta.

22

Durante uma aula de revisão sobre propriedades dos radicais, o professor apresentou a seguinte expressão numérica para a turma:

$$\sqrt{6^2 + 8^2}$$

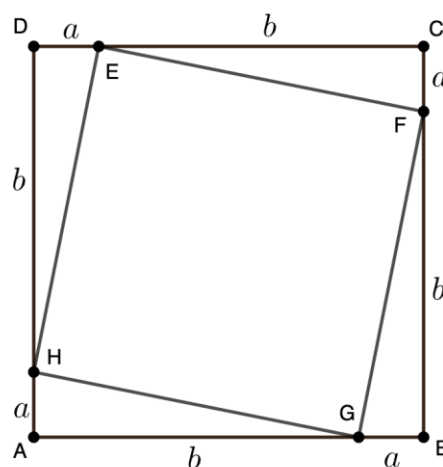
Um estudante resolveu a expressão aplicando o seguinte raciocínio: “Como a raiz quadrada é a operação inversa da potenciação, eu posso cancelar o expoente 2 de cada número com a raiz. Assim, a expressão simplificada resulta em $6 + 8$, que é igual a 14”.

Considerando as propriedades operatórias da radiciação, o procedimento do estudante está

- (A) correto, pois a radiciação possui propriedade distributiva em relação à adição de termos sob o mesmo radical.
- (B) correto, pois a ordem em que as operações de potenciação e radiciação são realizadas não altera o valor numérico final do resultado.
- (C) errado, porque tal cancelamento só poderia ser realizado se os expoentes das duas parcelas fossem números ímpares.
- (D) errado, porque o resultado correto deveria ser obtido multiplicando as bases $6 \times 8 = 48$ e extraindo a raiz quadrada desse produto.
- (E) errado, porque tal cancelamento do expoente com o índice da raiz, como foi feito, só é válido se a operação principal entre as potências for a multiplicação ou a divisão, e não a adição.

23

A figura a seguir ilustra um quadrado ABCD com lados medindo $a + b$. Os pontos E, F, G e H estão, respectivamente, sobre os lados CD, BC, AB e AD.



Os segmentos AH, BG, CF e DE têm o mesmo comprimento a .

Sejam A_1 e A_2 , respectivamente, as áreas dos quadrados ABCD e EFGH.

É correto afirmar que a diferença $A_1 - A_2$ é igual a

- (A) a .
- (B) b .
- (C) $a \times b$.
- (D) $2(a \times b)$.
- (E) $a^2 + b^2$.

24

Um professor apresentou aos estudantes uma caixa no formato de um paralelepípedo retângulo com dimensões de 20 cm de comprimento, 10 cm de largura e 10 cm de altura. O professor informou que o volume dessa caixa é de exatamente 2 000 cm³ (ou 2 litros).

Em seguida, o professor propôs o seguinte desafio: *“Se fabricarmos uma nova caixa aumentando a largura em 50% do seu valor original e com o comprimento reduzido à metade, mas mantendo a altura, o que acontecerá com o volume original?”*.

Um estudante respondeu imediatamente: *“O volume permanecerá igual a 2 litros.”*.

A declaração do aluno está

- (A) certa, porque o aumento na largura compensa a redução no comprimento.
- (B) errada, porque o volume da nova caixa será 1 000 cm³ menor.
- (C) errada, porque o volume da nova caixa será 500 cm³ menor.
- (D) errada, porque o volume da nova caixa será 500 cm³ maior.
- (E) errada, porque o volume da nova caixa será 1 000 cm³ maior.

25

Durante uma atividade de simplificação de expressões algébricas, o professor apresentou a seguinte expressão para a turma:

$$3(2x \cdot 5y)$$

Um estudante afirmou que *“Como o número 3 está multiplicando a expressão dentro dos parênteses, posso aplicar a propriedade distributiva e multiplicá-lo por cada fator interno, obtendo $6x \cdot 15y$.”*

As opções apresentam possibilidades de intervenção docente. Considerando as propriedades operatórias da multiplicação e o conceito de distributividade, assinale aquela que indica a intervenção pedagogicamente mais adequada, preservando a correção matemática.

- (A) Validar o resultado do estudante explicando que a propriedade distributiva da multiplicação se aplica de forma idêntica tanto para adições quanto para multiplicações contidas no radicando ou nos parênteses.
- (B) Orientar o aluno a substituir as variáveis x e y por valores numéricos simples, como $x = 2$ e $y = 0$, demonstrando que a igualdade dos resultados numéricos obtidos ($0 = 0$) comprova que a distributiva é válida em situações como essa.
- (C) Mostrar ao estudante que o erro aconteceu apenas na ordem das variáveis, e que a resposta correta só é obtida aplicando-se a propriedade comutativa primeiro, transformando a expressão em $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x \cdot y$, o que resulta em $30xy$.
- (D) Mostrar ao estudante que sua afirmação está equivocada, sugerindo como regra prática, que ele aplique rigidamente a ordem das operações numéricas convencionais para eliminar os parênteses antes de efetuar qualquer produto com o fator externo.
- (E) Orientar o aluno a substituir as variáveis x e y por valores numéricos simples, como $x = 1$ e $y = 1$, comparando o resultado da expressão original $3(2 \cdot 5) = 30$ com o resultado da sua expressão efetuada $6 \cdot 15 = 90$, para fazê-lo concluir que seu método está errado.

26

Durante uma aula de Geometria Espacial sobre volumes de sólidos de revolução, o professor apresentou o desenho de um reservatório em formato de cone reto. Ele informou à turma que o raio da base desse cone mede 6 metros e que a sua geratriz (a distância do vértice até qualquer ponto da circunferência da base) mede 10 metros. Em seguida, solicitou que os estudantes calculassem o volume máximo de água que esse reservatório poderia conter.

Um estudante apresentou rapidamente a seguinte resolução:

Como o volume do cone é dado por um terço da área da base multiplicada pelo seu comprimento lateral, o cálculo de sua capacidade máxima, em m³, será:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot g$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 10$$

$$V = 120 \cdot \pi$$

As opções apresentam possibilidades de intervenção docente. Considerando as relações métricas e a fórmula do volume do cone reto, assinale aquela que indica a intervenção pedagogicamente mais adequada para que o estudante perceba e corrija o erro apresentado, sem abrir mão da correção matemática.

- (A) Validar o resultado de $120\pi \text{ m}^3$, posto que o estudante identificou corretamente que a geratriz e a altura são segmentos equivalentes em qualquer sólido que possua uma base circular regular.
- (B) Orientar o estudante a representar a seção meridiana do cone, para que identifique que o raio, a altura e a geratriz formam um triângulo retângulo. Em seguida, estimulá-lo a aplicar o Teorema de Pitágoras para determinar a altura do cone (8 m) e utilizá-la na fórmula do volume, concluindo que a capacidade máxima do reservatório é $96\pi \text{ m}^3$.
- (C) Mostrar ao estudante que há um erro devido ao não uso da aproximação de pi por 3.
- (D) Indicar ao estudante que a fórmula do volume do cone utiliza a altura, e não a geratriz, orientando-o apenas a substituir corretamente essa grandeza na expressão do volume.
- (E) Alertar o estudante de que o volume de um cone depende exclusivamente da área de sua superfície lateral, sugerindo que ele calcule primeiro a planificação do setor circular para encontrar o volume por meio do perímetro da base.

27

Durante o planejamento de uma sequência didática sobre funções polinomiais do 2º grau para o Ensino Médio, um professor de Matemática propõe aos seus pares o seguinte desafio prático trazido por um estudante:

"Professor, descobri que na empresa do meu pai o lucro é dado por uma função quadrática cujo gráfico é uma parábola com concavidade para baixo. Eles viram que o lucro com 4 funcionários é igualzinho ao lucro com 12 funcionários. Como eu faço para descobrir quantos funcionários dão o lucro máximo?"

Suponha que o professor deseje responder ao estudante promovendo o desenvolvimento do seu raciocínio lógico e a compreensão da propriedade de simetria da parábola. Com base nessas condições, assinale a opção que indica a melhor orientação metodológica a ser tomada pelo professor.

- (A) Orientar o estudante a calcular dois ou três valores intermediários da função entre 4 e 12, para estimar experimentalmente em qual quantidade de funcionários ocorre o maior lucro, deixando a justificativa geométrica para um momento posterior.
- (B) Solicitar que o estudante complete uma tabela de valores da função e construa seu gráfico, tomando a observação do gráfico como suficiente para responder ao problema.
- (C) Mostrar que, em uma parábola, dois pontos do gráfico com mesma ordenada são simétricos em relação ao eixo de simetria. Assim, como os lucros para 4 e 12 funcionários são iguais, o eixo de simetria passa pela média aritmética desses valores e o lucro máximo ocorre com 8 funcionários.
- (D) Apresentar diretamente as fórmulas do vértice da função quadrática e orientar o estudante a utilizá-las sempre que precisar determinar o ponto de máximo ou de mínimo.
- (E) Informar que, sem conhecer a expressão algébrica da função, não é possível determinar a quantidade de funcionários que produz o lucro máximo.

28

Um professor de Matemática da 3ª série do Ensino Médio propôs o seguinte desafio de raciocínio lógico para a sua turma, antes de introduzir qualquer fórmula matemática:

"Uma mãe tem dois filhos (sendo a chance de nascer menino ou menina de 50% para cada um). Se eu disser a vocês que um dos filhos dessa mãe é um menino, qual é a probabilidade de o outro filho também ser um menino?"

Ao abrir a discussão, o professor coletou as justificativas de três estudantes:

Estudante 1: A chance é de 50%, pois o nascimento de um filho não influencia o do outro. São eventos independentes.

Estudante 2: A chance é de 1/3, porque o espaço amostral de dois filhos tem 4 possibilidades. Sabendo que um é menino, eliminamos a chance de serem duas meninas, restando 3 possibilidades, onde apenas 1 é favorável (dois meninos).

Estudante 3: Se o enunciado disser, por exemplo, que "o filho mais velho é um menino", aí a resposta do Estudante 1 estaria certa. Portanto, a forma como a informação é apresentada influencia a probabilidade calculada.

O professor pretende aproveitar as diferentes justificativas para promover uma discussão conceitual, valorizando os raciocínios apresentados e corrigindo eventuais equívocos, sem encerrar prematuramente o debate.

Considerando esse objetivo, assinale a opção que apresenta a intervenção pedagógica mais adequada.

- (A) Validar apenas a resposta do Estudante 1, afirmando que a independência entre os nascimentos garante que a informação sobre um dos filhos não altera o espaço amostral, tornando sempre correta a probabilidade de 50%.
- (B) Validar apenas a resposta do Estudante 2, por ter apresentado corretamente o cálculo da probabilidade para o problema proposto, desconsiderando a observação do Estudante 3 por tratar de uma situação diferente da apresentada no enunciado.
- (C) Validar o cálculo apresentado pelo Estudante 2 e, concomitantemente, valorizar a observação do Estudante 3, aproveitando-a para discutir como diferentes formas de fornecer a informação podem alterar a condição do problema e, conseqüentemente, a probabilidade calculada.
- (D) Orientar os alunos a desconsiderar o raciocínio combinatório e resolver o problema por frequência relativa, simulando nascimentos aleatórios em experimentos repetidos, sem utilização de modelos teóricos de probabilidade.
- (E) Esclarecer que o problema não possui solução, pois seria indispensável informar qual dos filhos é o menino para que a probabilidade pudesse ser determinada.

29

Durante uma aula sobre grandezas proporcionais, um professor apresentou a seguinte situação à turma:

"Uma torneira enche um reservatório em 12 horas. Duas torneiras iguais enchem o mesmo reservatório em 6 horas. Três torneiras iguais, em 4 horas."

O professor então perguntou:

"O número de torneiras e o tempo de enchimento são grandezas inversamente proporcionais?"

Um estudante respondeu: *"Sim, porque quando o número de torneiras aumenta, o tempo diminui. Toda vez que uma grandeza cresce e a outra decresce, elas são inversamente proporcionais."*

Considerando os conceitos de proporcionalidade entre grandezas, a justificativa apresentada pelo estudante está

- (A) correta, pois a variação em sentidos opostos é condição necessária e suficiente para caracterizar a proporcionalidade inversa entre duas grandezas.
- (B) correta, pois, neste caso, o produto entre o número de torneiras e o tempo é constante e igual a 12, o que demonstra que a variação em sentidos opostos é suficiente para inferir a proporcionalidade inversa.
- (C) errada, pois, para verificar a proporcionalidade inversa, não basta que o produto entre os valores seja constante — é necessário também que o quociente entre valores correspondentes seja constante, condição que não se verifica neste exemplo.
- (D) errada, pois a variação em sentidos opostos é condição necessária, mas não suficiente para caracterizar a proporcionalidade inversa — é preciso verificar também que o produto entre os valores correspondentes das duas grandezas seja constante.
- (E) errada, pois a proporcionalidade inversa exige que a razão entre os valores correspondentes das duas grandezas seja constante — critério que confirmaria a proporcionalidade inversa independentemente da variação em sentidos opostos.

30

Durante uma aula de Geometria Espacial, um professor apresentou a seguinte situação:

"Uma caixa no formato de paralelepípedo reto-retângulo tem comprimento de 8 cm, largura de 6 cm e altura de 24 cm. Qual é a medida da diagonal espacial dessa caixa?"

Um estudante apresentou a seguinte resolução:

Etapa 1: "Vou usar o Teorema de Pitágoras na face frontal da caixa, que tem lados 8 cm e 24 cm. A diagonal dessa face é $\sqrt{8^2 + 24^2} = \sqrt{64 + 576} = \sqrt{640}$."

Etapa 2: "Essa diagonal já liga dois vértices opostos da caixa, então esse é o valor da diagonal espacial."

Considerando as relações métricas em paralelepípedos, assinale a opção que apresenta a melhor intervenção pedagógica para fazer o aluno perceber e corrigir o erro de sua resolução.

- (A) Mostrar ao estudante que o erro está na Etapa 1, pois a diagonal da face frontal deveria ser calculada com os lados 6 cm e 24 cm, e não 8 cm e 24 cm.
- (B) Orientar o estudante a identificar que a diagonal espacial liga dois vértices opostos que não pertencem à mesma face, e que sua determinação exige a aplicação do Teorema de Pitágoras em duas etapas.
- (C) Orientar o estudante a somar as três dimensões da caixa e extrair a raiz quadrada do resultado, obtendo $\sqrt{8 + 6 + 24} = \sqrt{38}$ cm como medida da diagonal espacial.
- (D) Validar a resolução do estudante, esclarecendo que a diagonal de qualquer face retangular do paralelepípedo é equivalente à diagonal espacial quando a face escolhida contém o maior par de dimensões da caixa.
- (E) Informar ao estudante que, em um paralelepípedo reto-retângulo, a diagonal espacial sempre coincide com a maior aresta do sólido, e que, portanto, a diagonal da caixa mede 24 cm.

31

Durante uma aula sobre funções polinomiais do 2º grau, um professor apresentou a seguinte função à turma:

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

O professor perguntou: *"Quantas raízes reais essa função possui?"*. Um estudante respondeu: *"Nenhuma, porque o discriminante é igual a zero e, quando $\Delta = 0$, a função não possui raízes reais."*

Considerando a relação entre o discriminante e a natureza das raízes de uma função quadrática, a afirmação do estudante está

- (A) correta, pois $\Delta = 0$ indica que a parábola não intercepta o eixo x em nenhum ponto, confirmando a ausência de raízes reais.
- (B) errada, pois $\Delta = 0$ indica que a função possui duas raízes reais distintas, que neste caso, são $x = 3$ e $x = -3$.
- (C) errada, pois $\Delta = 0$ indica que a função possui infinitas raízes reais, uma vez que a parábola coincide inteiramente com o eixo x nessa condição.
- (D) errada, pois o discriminante desta função é negativo ($\Delta = -9$), o que confirma que ela não possui raízes reais, e não $\Delta = 0$ como afirmou o estudante.
- (E) errada, pois $\Delta = 0$ indica que a função possui exatamente uma raiz real, chamada raiz dupla, que neste caso, é $x = 3$, ponto em que a parábola é tangente ao eixo x.

32

Durante uma aula sobre funções exponenciais, um professor apresentou a seguinte função à turma:

$$f(x) = (1/2)^x$$

O professor perguntou: "Como é o comportamento desta função? Ela é crescente ou decrescente?"

Um estudante respondeu: "É decrescente porque a base é $\frac{1}{2}$. Sempre que a base for menor que 1, a função será decrescente."

Considerando as propriedades das funções exponenciais, a afirmação do estudante está errada, pois

- (A) embora a função seja de fato decrescente, a justificativa apresentada está incompleta: a condição correta para que uma função exponencial seja decrescente é que a base seja um número positivo menor que 1 ($0 < b < 1$), e não simplesmente menor que 1, pois bases negativas não são admitidas na definição de função exponencial real.
- (B) a regra enunciada pelo estudante só é válida para bases fracionárias cujo numerador seja 1, não se aplicando a bases decimais menores que 1, como 0,3 ou 0,7.
- (C) funções exponenciais são sempre crescentes, independentemente da base, uma vez que o crescimento é uma propriedade definidora das funções desse tipo.
- (D) a afirmação do estudante só seria válida se a base fosse negativa. Quando a base é positiva e menor que 1, a função é decrescente apenas para valores negativos de x .
- (E) a condição correta para que uma função exponencial seja decrescente é que a base seja maior que 1, e não menor. O estudante inverteu a regra.

33

Durante uma aula sobre Progressões Geométricas (PG), um professor apresentou a seguinte PG à turma:

$$(3, 6, 12, 24, \dots)$$

O professor solicitou que os estudantes determinassem o 5º termo dessa progressão, utilizando a fórmula do termo geral.

Um estudante apresentou a seguinte resolução:

"O primeiro termo é $a_1 = 3$ e a razão é $q = 2$. Usando a fórmula do termo geral $a_n = a_1 \cdot q^n$, o 5º termo será:

$$a_5 = 3 \cdot 2^5 = 3 \cdot 32 = 96"$$

A resolução do estudante está

- (A) correta, pois a fórmula $a_n = a_1 \cdot q^n$ é válida para qualquer PG, e o cálculo apresentado está correto.
- (B) errada, pois o estudante utilizou a razão incorreta. Em uma PG cujos termos são 3, 6, 12 e 24, a razão é $q = 3$, e não $q = 2$.
- (C) errada, pois o estudante deveria ter somado os termos anteriores para encontrar o 5º termo, procedimento válido tanto para Progressões Aritméticas quanto para Progressões Geométricas.
- (D) errada, pois a fórmula do termo geral de uma PG utiliza o índice $n+1$ no expoente, e não n . O cálculo correto seria $a_5 = 3 \cdot 2^6 = 192$.
- (E) errada, pois a fórmula correta do termo geral é $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, e não $a_n = a_1 \cdot q^n$. Com a fórmula correta, o 5º termo seria $a_5 = 3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48$.

34

Um professor de Matemática apresentou à turma um gráfico de barras, exibido em uma reportagem jornalística, que comparava o índice de aprovação de dois candidatos em uma pesquisa eleitoral. Nesse gráfico, eram apresentados os seguintes dados: o Candidato A possuía 52% de aprovação, e o Candidato B, 48%.

Entretanto, o eixo vertical do gráfico iniciava em 46% e terminava em 54%, fazendo com que a altura visual da barra do Candidato A aparecesse com o triplo da altura da barra do Candidato B.

O professor perguntou: "O que há de problemático neste gráfico?"

Um estudante respondeu: "Nada. O gráfico está correto porque as porcentagens apresentadas são verdadeiras e os dados não foram alterados."

Considerando os princípios de representação gráfica e leitura crítica de dados estatísticos, a afirmação do estudante está

- (A) correta, pois a fidedignidade de um gráfico depende exclusivamente da veracidade dos dados apresentados, e não das escolhas de escala ou de formatação visual adotadas.
- (B) correta, pois o truncamento do eixo vertical é um recurso técnico padronizado em visualização de dados, utilizado para destacar diferenças pequenas entre valores próximos, sem comprometer a interpretação.
- (C) errada, pois o gráfico contém dados incorretos: a diferença real entre os candidatos é de 4 pontos percentuais, mas a escala apresentada sugere uma diferença de apenas 2.
- (D) errada, pois, embora os dados estejam corretos, o truncamento do eixo vertical distorce a percepção visual da diferença entre os valores, induzindo uma percepção desproporcional da vantagem do Candidato A.
- (E) errada, pois gráficos de barras são inadequados para representar dados percentuais em contextos eleitorais, devendo ser substituídos obrigatoriamente por gráficos de setores circulares nesse tipo de comparação.

35

O estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio envolve não apenas o reconhecimento de seus gráficos, mas também a capacidade de analisar propriedades algébricas sem necessariamente recorrer à representação visual.

Considere a função real de variável real definida por:

$$f(x) = 2 \cdot \sin(x) + 1$$

Sobre essa função, é correto afirmar que

- (A) existe um número real a , maior que π e menor que 2π , tal que $f(a) < 0$.
- (B) existe um número real a , maior que 2π e menor que 3π , tal que $f(a) < 0$.
- (C) se $f(a) = 1$, então $a = 0$.
- (D) se $f(a) = f(b)$, então $a - b$ é um múltiplo inteiro de 2π .
- (E) $f(-a) = -f(a)$.

36

O estudo das funções polinomiais do 1º grau no Ensino Médio envolve não apenas a identificação de coeficientes e a construção de gráficos, mas também a capacidade de interpretar o significado de cada parâmetro em contextos de modelagem matemática, competência essencial para promover uma aprendizagem com compreensão, e não apenas baseada na memorização de definições.

Durante uma aula, um professor apresentou a seguinte situação à turma:

"Um taxímetro indica o valor a ser pago por uma corrida de taxi. O cálculo do valor é feito por meio de um valor fixo de R\$ 5,00, aplicado no início da corrida, e mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. A função que representa o valor total da corrida, em reais, em função da distância percorrida x , em quilômetros, é $f(x) = 2x + 5$."

Considerando os conceitos de coeficientes angular e linear de uma função polinomial do 1º grau, é correto afirmar que

- (A) a diferença $f(3) - f(1)$ corresponde ao valor do quilômetro rodado, e $f(0)$, ao valor fixo aplicado no início da corrida.
- (B) a diferença $f(3) - f(1)$, dividida por 2, corresponde ao valor do quilômetro rodado, e $f(0)$, ao valor fixo aplicado no início da corrida.
- (C) a diferença $f(3) - f(1)$, dividida por 2, corresponde ao valor do quilômetro rodado, e $f(1)$, ao valor fixo aplicado no início da corrida.
- (D) a razão $f(3)/3$ corresponde ao valor do quilômetro rodado, e $f(0)$, ao valor fixo aplicado no início da corrida.
- (E) a razão $f(3)/3$ corresponde ao valor do quilômetro rodado, e $f(1)$, ao valor fixo aplicado no início da corrida.

37

Durante uma aula de Geometria Espacial sobre troncos de sólidos, um professor apresentou o seguinte problema à turma:

"Uma pirâmide regular reta de altura H e volume V é seccionada por um plano paralelo à sua base, cortando a pirâmide exatamente na metade de sua altura (ou seja, a uma distância $\frac{H}{2}$ do vértice). Esse corte divide o sólido original em duas partes: uma pirâmide menor no topo e um tronco de pirâmide na base. Qual é o volume do tronco de pirâmide resultante?"

Um estudante respondeu imediatamente:

"Se o corte foi feito exatamente na metade da altura, a pirâmide do topo ficou com metade do volume original ($\frac{V}{2}$). Portanto, o volume do tronco de pirâmide na base também é igual à outra metade, ou seja, $\frac{V}{2}$."

Considerando as propriedades de semelhança de sólidos geométricos, a justificativa apresentada pelo estudante está

- (A) correta, pois a altura e o volume de pirâmides semelhantes variam de forma diretamente proporcional, o que garante que a redução da altura pela metade resulte na redução do volume também pela metade.
- (B) errada, pois quando a altura de uma pirâmide é reduzida à metade, a área da sua base é reduzida a um quarto ($\frac{1}{4}$); como o volume depende apenas da área da base, o volume do tronco será de $\frac{3}{4}V$.
- (C) errada, pois a razão entre os volumes de dois sólidos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança; assim, o volume da pirâmide menor é $\frac{V}{4}$ e o do tronco é $\frac{3}{4}V$.
- (D) errada, pois a razão entre os volumes de dois sólidos semelhantes é igual ao cubo da razão de semelhança; assim, o volume da pirâmide menor é $\frac{V}{8}$ e o do tronco de pirâmide é $\frac{7}{8}V$.
- (E) errada, pois o volume de um tronco de pirâmide regular reta depende exclusivamente do formato poligonal de suas bases, sendo impossível determinar uma relação de volume sem conhecer o número de lados da base da pirâmide original.

38

Durante uma aula de Trigonometria, o professor desenhou no quadro um triângulo retângulo ABC , cuja hipotenusa é o segmento AB . O professor definiu o ângulo interno no vértice A como α e o ângulo interno no vértice B como β . Em seguida, pediu para a turma determinar a expressão correspondente ao seno de β .

Um estudante apresentou a seguinte resposta:

“Como o seno de um ângulo é sempre a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa, o seno de β será dado pelo comprimento do cateto AC dividido pelo comprimento de AB .”

Considerando as definições das razões trigonométricas no triângulo retângulo, a afirmação do estudante está

- (A) correta, pois o seno de um ângulo agudo é formalmente definido como a razão entre o comprimento do cateto oposto a esse ângulo e o comprimento da hipotenusa, e o segmento AC representa o cateto oposto ao ângulo β .
- (B) correta, pois em qualquer triângulo retângulo o seno de um ângulo agudo é obtido dividindo-se o comprimento do menor cateto pelo comprimento da hipotenusa, sendo AC o menor lado do triângulo.
- (C) errada, pois o cateto oposto ao ângulo β é o segmento BC , o que torna a expressão correta para o seno de β igual a $\frac{BC}{AB}$.
- (D) errada, pois a razão apresentada pelo estudante corresponde, na verdade, à definição do cosseno do ângulo β , e não ao seu seno.
- (E) errada, porque a hipotenusa de um triângulo retângulo com ângulo reto no vértice C é dada pelo segmento AC , invalidando o denominador da razão construída pelo estudante.

39

Durante uma aula sobre conjuntos numéricos no Ensino Fundamental, uma professora propôs o seguinte debate à turma:

“Como podemos classificar o número $X = 0,9999 \dots$ e qual é a sua relação de grandeza com o número inteiro 1?”

Um estudante levantou a mão e afirmou:

“O número $0,999 \dots$ possui infinitas casas decimais, o que o torna um número irracional. Além disso, ele é infinitamente próximo de 1, mas é estritamente menor do que 1, pois sempre falta um pouquinho para chegar lá.”

Considerando as propriedades estruturais do conjunto dos números racionais, a afirmação do estudante está

- (A) correta, pois a infinitude das casas decimais é o critério definitivo que diferencia os números irracionais dos racionais, e a diferença entre $0,999 \dots$ e 1 é um valor infinitesimal positivo.
- (B) errada, pois embora o estudante esteja correto ao afirmar que $0,999 \dots$ é menor do que 1, ele errou a classificação: toda dízima periódica é um número racional, pois pode ser escrita na forma de fração de dois inteiros, com o denominador diferente de zero.
- (C) errada, pois $0,999 \dots$ é um número racional e é exatamente igual a 1; a representação decimal infinita periódica é apenas outra representação do número racional $9/9$, cujo resultado é 1.
- (D) errada, pois todo número decimal com representação infinita e periódica é um número racional; no entanto, pela soma da progressão geométrica de razão $1/10$, o valor de $0,999 \dots$ é matematicamente igual a 1.
- (E) errada, porque os números racionais contêm apenas os decimais exatos e as frações próprias; dízimas periódicas pertencem ao conjunto dos números irracionais.

40

Ao corrigir uma atividade de álgebra elementar, uma professora de Matemática constatou que diversos alunos registraram a seguinte igualdade:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$

Sabendo que essa igualdade não é válida para a maioria dos números reais, o equívoco cometido pelos estudantes decorre da extensão indevida da seguinte propriedade algébrica válida:

- (A) distributividade da potenciação em relação ao produto.
- (B) distributividade da potenciação em relação à adição.
- (C) associatividade da adição no conjunto dos números reais.
- (D) comutatividade da operação de potenciação.
- (E) existência do elemento neutro da multiplicação.

Realização

